Potentiels optiques

ou comment sonder la structure nucléaire avec des nucléons

E. Bauge

CEA DIF

Bruyères-le-Chatel

Ecole Joliot-Curie, Maubuisson, 2007

Plan

1. Sonder la structure nucléaire
2. Potentiel optique : utilisation
3. Couplages et collectivité
4. Construction microscopique
5. Anti-résumé

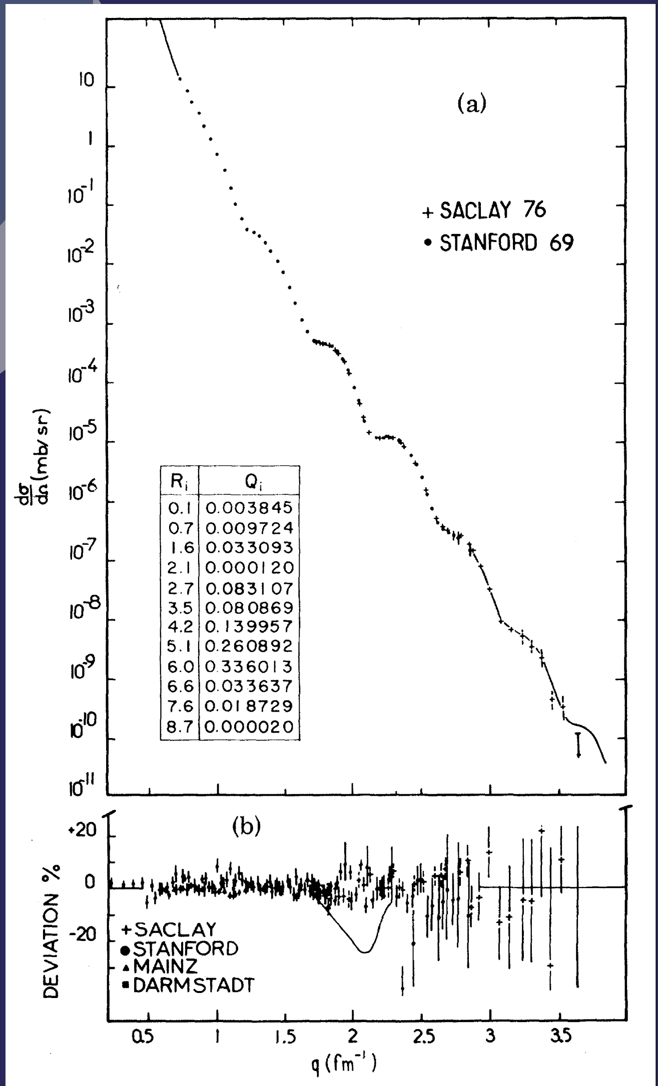
Sonder la structure nucléaire

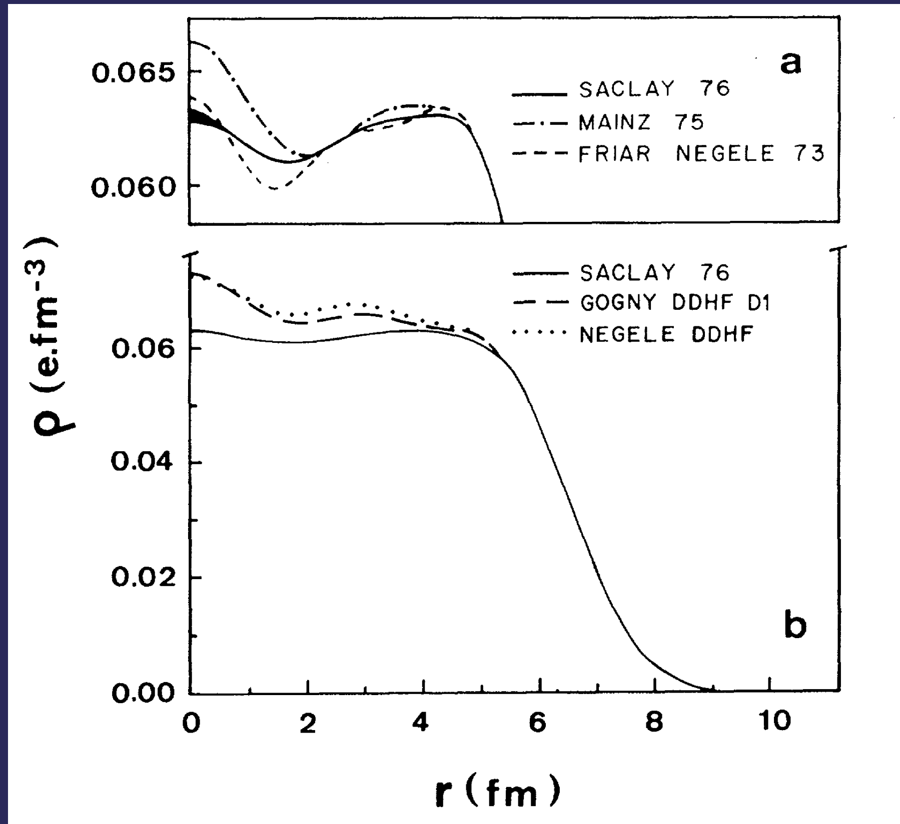
Cas « idéal » : diffusion d'électrons

- Interaction Coulombienne connue et de longue porté
- Pas d'échange entre nucléons et électrons
- Interprétation aisée et non ambiguë
- Test direct des théories de structure nucl.

MAIS ne sonde que les protons

Sonder la structure nucléaire : Diffusion élastique d'électrons

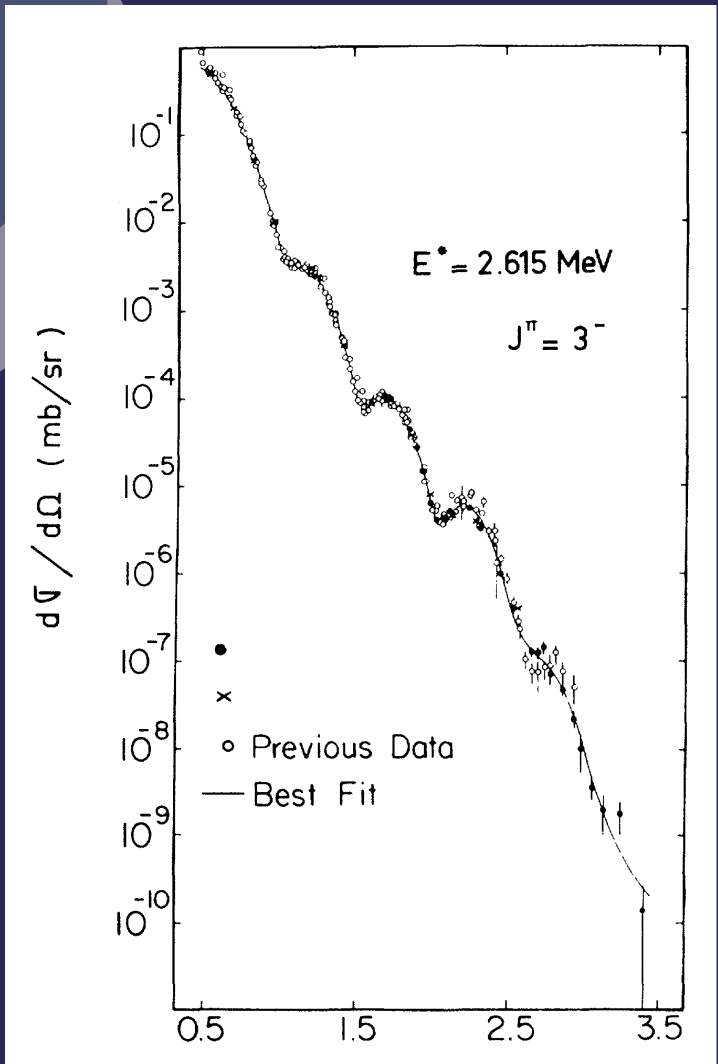


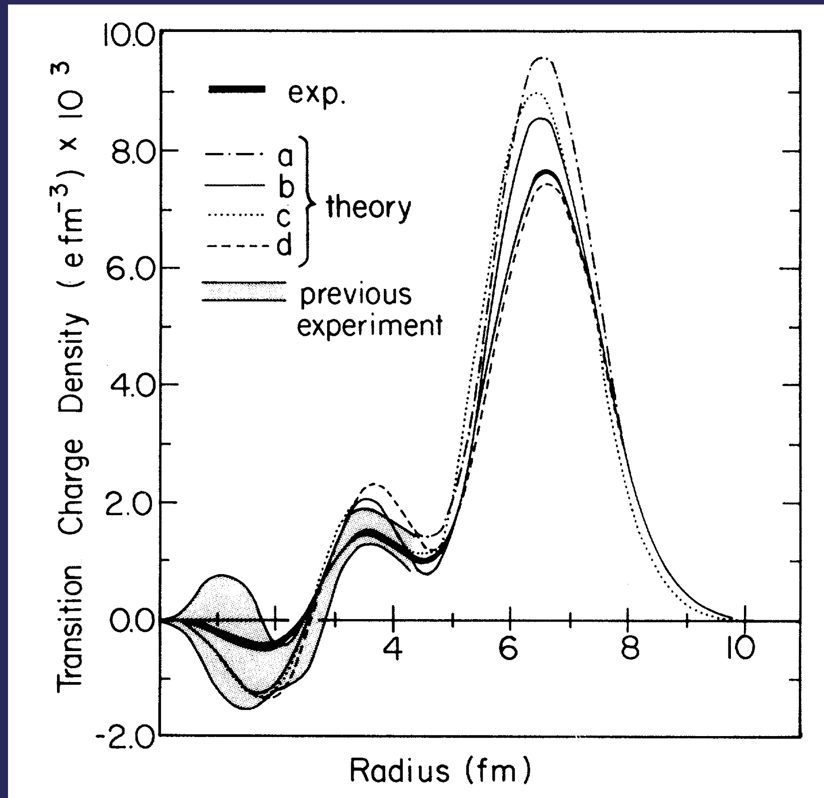


^{208}Pb(e,e)

B. Frois *et al.*, Phys. Rev. Lett. **38**, 152 (1977)

Sonder la structure nucléaire : Diffusion inélastique d’électrons





^{208}Pb(e,e’)

D Goutte *et al*., Phys. Rev. Lett. **45**, 1618 (1980)

Sonder la structure nucléaire :
Diffusion élastique et inélastique d'électrons

Pour passer à des cibles instables

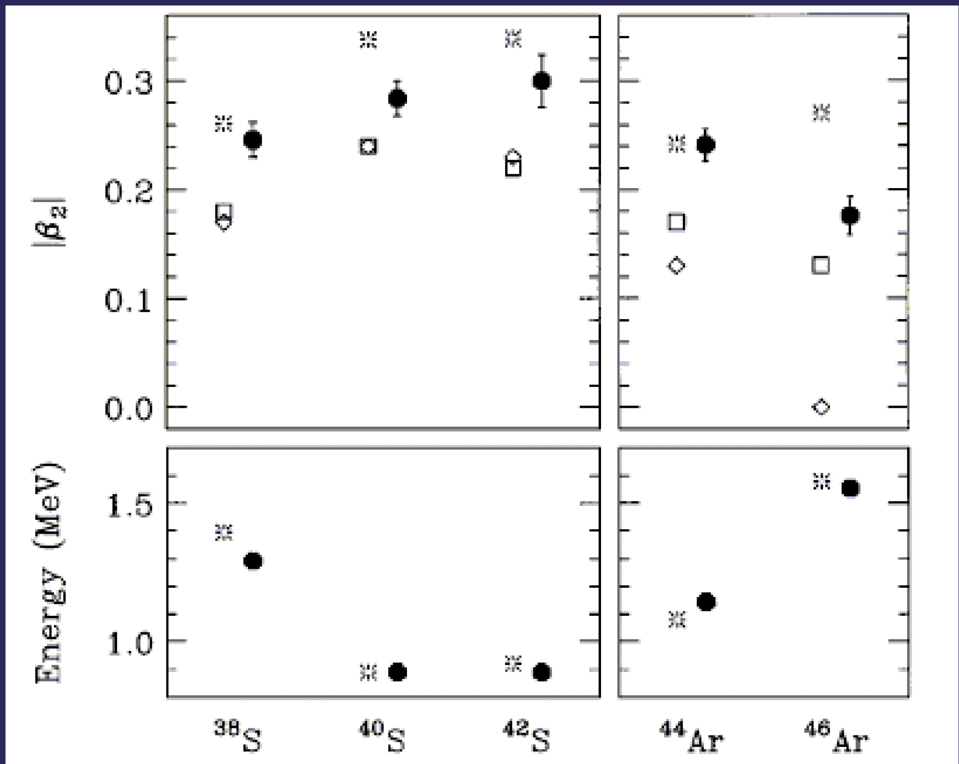
Collisioneurs e-ion en construction:

ELISE à GSI FAIR (Allemagne)

Riken (Japon)

Sonder la structure nucléaire : Excitation coulombienne

Mêmes qualités et défauts que la diffusion inélastique d'électrons
+ possibilité de cible instables (cinématique inverse)
- seule la structure des excitations est accessible



^{197}Au(X,X')

I. Scheit *et al*., Phys. Rev. Lett. **77**, 3967 (1996)

Sonder la structure nucléaire : Diffusion de nucléons

- Interaction nucléaire inconnue et de courte porté (≈1 fm)
- Echange (Q) entre la sonde et la cible
- Interprétation modèle-dépendante (**modèle optique**)
- Permet aussi un test fin des modèles de structure nucléaire

MAIS sonde les neutrons et les protons

Le modèle optique : bases

Problème : modéliser l'interaction ***directe*** d'un projectile (n, p d, t, α,…) avec une cible $^{A}_{Z}X$.

2 types de solution :

Solution compliquée: résoudre le pb à A corps (cas nucléon-noyau) en traitant sur un pied d'égalité des états discrets et des états de diffusion.

Solution moins compliquée: calculer un potentiel à un corps qui rend compte de l'interaction projectile-cible:

Le potentiel optique U(r,E,…)

Potentiel optique: Hypothèse majeure

Les degrés de liberté internes de la cible sont séparables du mouvement relatif cible-projectile.

$$\Psi = \phi . \chi(\vec{r})$$

Ψ : fonction d’onde complète

φ: fonction d’onde associée aux degrés de liberté internes

χ(r): fonction d’onde relative cible-projectile

Potentiel optique: Hypothèse majeure

$$\Psi = \phi.\chi(\vec{r})$$

φ solution de l'équation de Schrödinger interne (structure nucléaire)

$$\left(H_i - E_i\right)\phi = 0$$

χ(r) solution de l'EDS du mouvement relatif cible-projectile

$$\boxed{\left(T + U - \varepsilon\right)\chi(r) = 0}$$

Avec $\boldsymbol{U}$ le potentiel optique à 1 corps

Potentiel optique U: Complexe

Expérimentalement on constate une perte de flux dans la voie élastique lors de diffusion nucléon-noyau.

$$\left(T+U-\varepsilon\right)\chi(r)=0$$

$\chi^*{}_{x}$

$$\chi^*\left(T+U-\varepsilon\right)\chi=0$$

χ x equ. conjugée

$$-\quad \chi\left(T+U^*-\varepsilon\right)\chi^*=0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\chi^*\nabla^2\chi-\chi\nabla^2\chi^*\right)+\left(U-U^*\right)\chi\chi^*=0$$

Potentiel optique U: Complexe

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\chi^*\nabla^2\chi-\chi\nabla^2\chi^*\right)+\left(U-U^*\right)\chi\chi^*=0$$

On reconnaît:

$$\nabla.\vec{j}=\frac{\hbar}{2i\mu}\left(\chi^*\nabla^2\chi-\chi\nabla^2\chi^*\right)$$

$$(U-U^*)=2i\,\mathrm{Im}(U)$$

Et donc:

$$\boxed{\hbar\nabla.\vec{j}=2\chi\chi^*\,\mathrm{Im}(U)}$$

La disparition (ou l'apparition) de flux est proportionnelle à la partie imaginaire du potentiel optique.
Donc U complexe (puisque du flux disparaît expérimentalement)

Potentiel optique:
Lien avec le libre parcours moyen

Pour un potentiel $U=-(V+iW)$ constant (indep. de r)

$\chi(r)$ est une onde plane: $\chi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}.\vec{r}}$

En inversant l'EDS: $k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2}(E+V+iW)$

$$k = \left(\frac{2\mu}{\hbar^2}(E+V)\right)^{1/2}\left(1+\frac{iW}{E+V}\right)^{1/2}$$

Si W<< E+V : au 1er ordre $k = \left(\frac{2\mu}{\hbar^2}(E+V)\right)^{1/2}\left(1+\frac{1}{2}\frac{iW}{E+V}\right)$

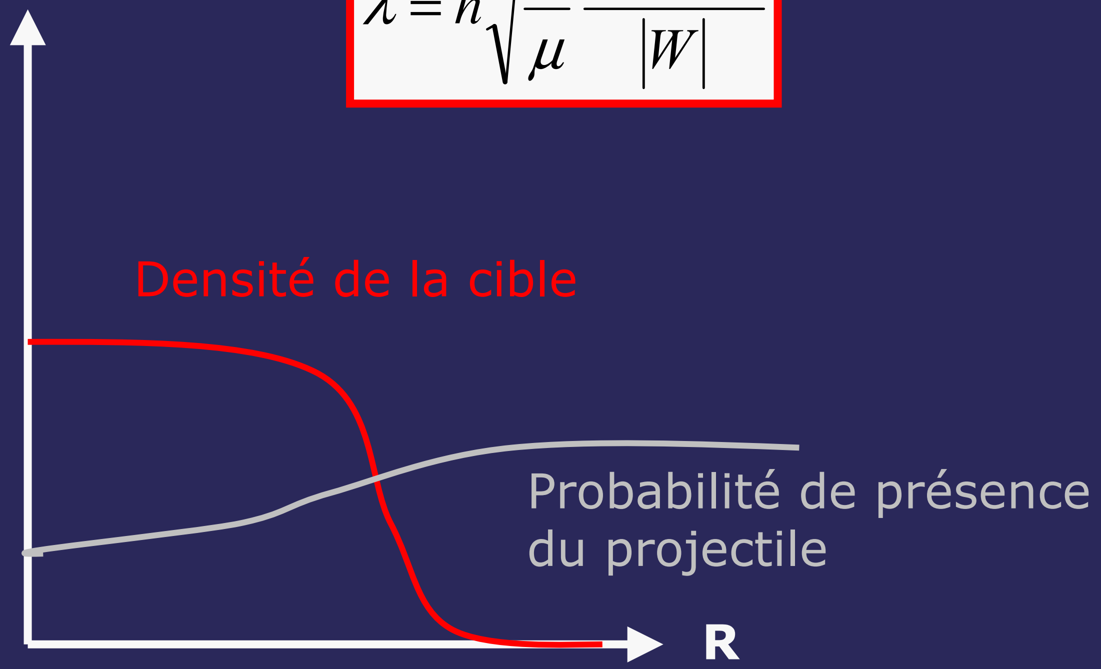
$\chi(r)$ devient: $\chi(\vec{r}) = e^{i\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}(E+V)\right)^{1/2}.\vec{r}} \times e^{-\left(\frac{\mu}{2\hbar^2}\right)^{1/2}\frac{|W|}{(E-V)^{1/2}}.\vec{r}}$

Libre parcours moyen : $\boxed{\lambda = \hbar\sqrt{\frac{2}{\mu}}\frac{\sqrt{E+V}}{|W|}}$

Potentiel optique:
Lien avec le libre parcours moyen

Pour un potentiel $U=-(V+iW)$ constant (indep. de r)

Libre parcours moyen : $\boxed{\lambda = \hbar\sqrt{\frac{2}{\mu}}\frac{\sqrt{E+V}}{|W|}}$



+ courte porté → tout le noyau n’est pas sondé uniformément !

La diffusion de nucléons sonde préférentiellement la surface des noyaux

Section efficace d'absorption

$$\sigma_{abs} = \frac{-\int \vec{\nabla}.\vec{j}\; d^3r}{j_{inc}}$$

$$\hbar\vec{\nabla}.\vec{j} = 2\chi\chi^* \,\mathrm{Im}(U)$$

$$\sigma_{abs} = -\frac{2}{\hbar j_{inc}} \int \chi\chi^* W(\vec{r}) d^3r$$

En décomposant $\chi(\mathrm{r})$ en ondes partielles:

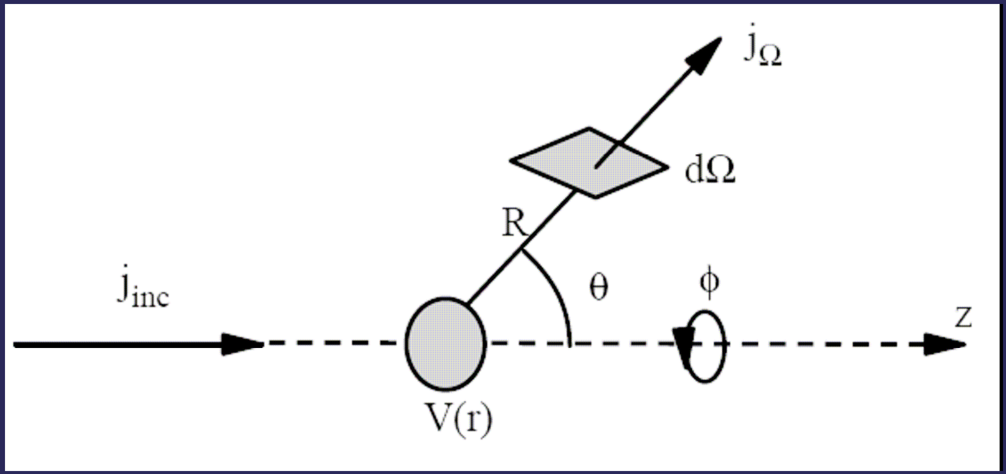
$$\chi(\vec{r}) = \frac{1}{kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) i^{\ell} u_{\ell}(r) P_{\ell}(\cos\theta)$$

$$\sigma_{abs} = -\frac{2}{\hbar j_{inc}} \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \int_0^{\infty} |u_{\ell}(r)|^2 W(r) dr$$

Section efficace élastique

On cherche à calculer $d\sigma_{el}(\Omega)$ l'élément de section efficace élastique dans la direction Ω

$$d\sigma_{el}(\Omega) = \frac{\vec{j}_{el}(\Omega)}{\vec{j}_{inc}}$$



Section efficace élastique

Si la fonction d'onde asymptotique à l'infini est la somme de l'onde plane incidente et d'une onde sphérique diffusée:

$$\chi(\vec{r} \to \infty) \propto e^{i\vec{k}.\vec{r}} + f(\Omega)\frac{e^{ikr}}{r}$$

Le flux du courant de probabilité diffusé à travers $d\Omega$ est de la forme:

$$\vec{j}_{el}(\Omega)d\Omega = \frac{\hbar}{2i\mu}\left[f^*(\Omega)\frac{e^{-ikr}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(f(\Omega)\frac{e^{ikr}}{r}\right) - f(\Omega)\frac{e^{ikr}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(f^*(\Omega)\frac{e^{-ikr}}{r}\right)\right]d\Omega$$

qui se simplifie en

$$j_{el}(\Omega)d\Omega = |f(\Omega)|^2\frac{\hbar k}{\mu}d\Omega = |f(\Omega)|^2 j_{inc}\, d\Omega$$

d'où:

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\Omega)|^2$$

et

$$\sigma_{el} = \int_{4\pi}|f(\Omega)|^2 d\Omega$$

Calculer $f(\Omega)$

Pour cela on décompose en ondes partielles $\chi(r)$ et on élimine les parties angulaires de l'EDS.

$$\chi(\vec{r}) = \frac{1}{kr}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)\, i^{\ell}\, u_{\ell}(r)\, P_{\ell}(\cos\theta)$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2}U(r) + k^2\right)u_{\ell}(r) = 0$$

avec

$$k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2}E$$

pour $r \longrightarrow \infty$ u_l est de la forme

$$u_{\ell}(r \to \infty) = a_{\ell}\,\frac{i^{-\ell}e^{i\delta_{\ell}}e^{ikr} - i^{\ell}e^{-i\delta_{\ell}}e^{-ikr}}{2i}$$

$\chi(r)$ devient

$$\chi(r) = \frac{1}{2ik}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_{\ell}(\cos\theta)a_{\ell}\left((-)^{\ell+1}e^{-i\delta\ell}\,\frac{e^{-ikr}}{r} + e^{i\delta\ell}\,\frac{e^{ikr}}{r}\right)$$

Calculer *f(Ω)*

On décompose en ondes partielles f(θ), χ(r) et l'onde plane.

$$\chi(\vec{r} \to \infty) \propto e^{i\vec{k}.\vec{r}} + f(\Omega)\frac{e^{ikr}}{r}$$

$$f(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1) f_\ell\, P_\ell(\cos\theta)$$

$$\chi(r) = \frac{1}{2ik}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)\left((-)^{\ell+1}\frac{e^{-ikr}}{r} + (1+2\,i\,k\,f_\ell)\frac{e^{ikr}}{r}\right)$$

Et on compare à l'expression du transparent précédant

$$\chi(r) = \frac{1}{2ik}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)a_\ell\left((-)^{\ell+1}e^{-i\delta\ell}\frac{e^{-ikr}}{r} + e^{i\delta\ell}\frac{e^{ikr}}{r}\right)$$

Calculer $f(\Omega)$

En identifiant les deux expressions

$$\chi(r) = \frac{1}{2ik}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)\left((-)^{\ell+1}\frac{e^{-ikr}}{r} + (1+2ik\,f_\ell)\frac{e^{ikr}}{r}\right)$$

$$\chi(r) = \frac{1}{2ik}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)a_\ell\left((-)^{\ell+1}e^{-i\delta\ell}\frac{e^{-ikr}}{r} + e^{i\delta\ell}\frac{e^{ikr}}{r}\right)$$

On tire:

$$\boxed{f_\ell = \frac{1}{2ik}\left(e^{2i\delta_\ell} - 1\right)}$$

avec

$$f(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)f_\ell\,P_\ell(\cos\theta)$$

Calculer $f(\Omega)$ et δ_ℓ

$$f_\ell = \frac{1}{2ik}\left(e^{2i\delta_\ell} - 1\right)$$

avec

$$f(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) f_\ell P_\ell(\cos\theta)$$

En pratique on résout numériquement u_ℓ dans la zone où $U \neq 0$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2}U(r) + k^2\right)u_\ell(r) = 0$$

Et on raccorde avec l'expression asymptotique de u_ℓ

$$u_\ell(r \to \infty) = a_\ell \frac{i^{-\ell} e^{i\delta_\ell} e^{ikr} - i^{\ell} e^{-i\delta_\ell} e^{-ikr}}{2i}$$

Pour déterminer $\delta_\ell \;\rightarrow f_l \;\rightarrow f(\Omega) \;\rightarrow \mathrm{d}\sigma_{el}/d\Omega$

Section efficace élastique

En définissant:

$$S_\ell = e^{2i\delta_\ell}$$ matrice de diffusion

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik}\sum_{\ell=0}^{\infty}\hat{\ell}\left(S_\ell - 1\right)P_\ell(\cos\theta)$$

avec

$$\hat{\ell} = 2\ell + 1$$

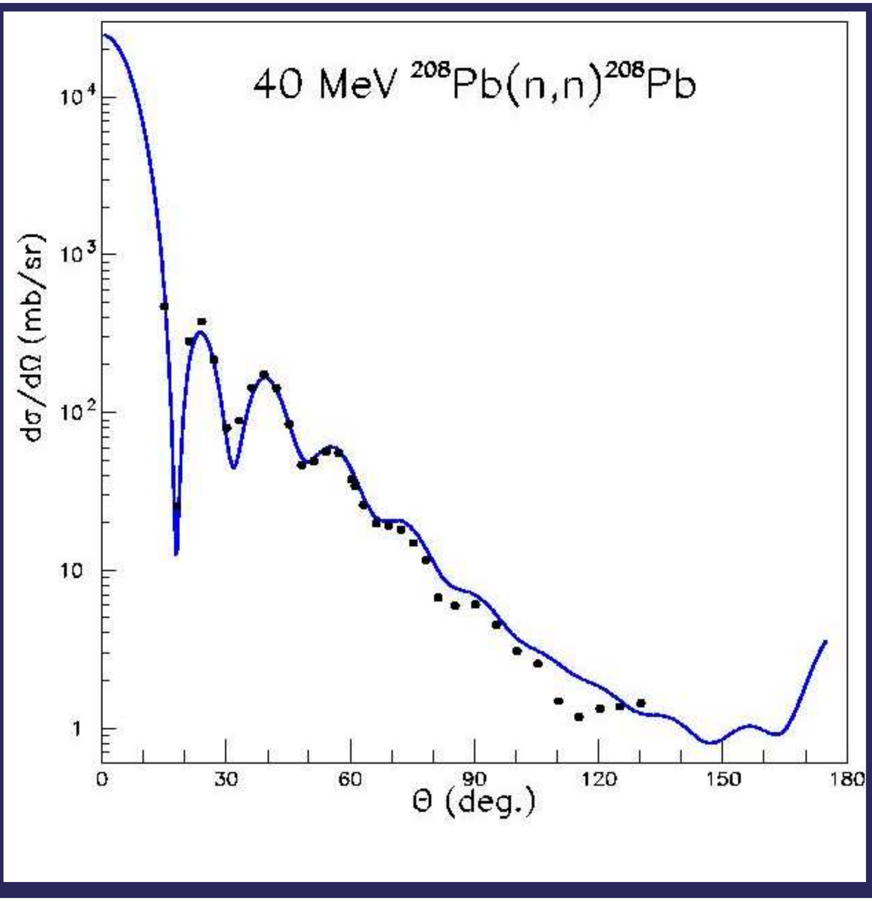
$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \left|f(\Omega)\right|^2 = \frac{1}{4k^2}\sum_{\ell,\ell'=0}^{\infty}\hat{\ell}\hat{\ell}'(S_\ell - 1)(S_{\ell'} - 1)\,P_\ell(\cos\theta)P_{\ell'}(\cos\theta)$$

En intégrant sur les angles en utilisant l'orthogonalité des Pl

$$\sigma_{el} = \sum_{\ell=0}^{\infty}\hat{\ell}\left|S_\ell - 1\right|^2$$

Section efficace élastique

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \left| f(\Omega) \right|^2 = \frac{1}{4k^2} \sum_{\ell,\ell'=0}^{\infty} \hat{\ell}\hat{\ell}'(S_\ell - 1)(S_{\ell'} - 1)\, P_\ell(\cos\theta) P_{\ell'}(\cos\theta)$$



Retour à la section efficace d'absorption

Pour calculer σ_{abs} en fonction de Sl

On reprend une expression asymptotique de la fct d'onde

$$\chi(r \to \infty) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_\ell(\cos\theta) a_\ell \left((-)^{\ell+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + S_\ell \frac{e^{ikr}}{r} \right)$$

Et on évalue la divergence du courant de probabilité

$$-\int \vec{\nabla}.\vec{j}\, d^3r = \frac{\hbar\pi}{i\mu} r^2_{\to\infty} \int_{-1}^{1} \left(\chi^* \frac{\partial^2}{\partial r^2} \chi - \chi \frac{\partial^2}{\partial r^2} \chi^* \right) d(\cos\theta)$$

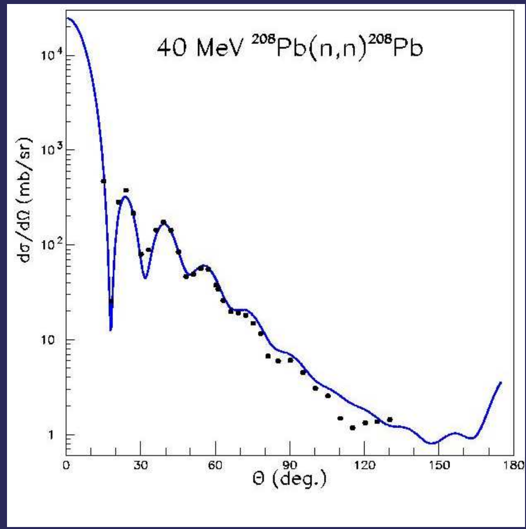
$$\boxed{\sigma_{abs} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \hat{\ell} \left(1 - |S_\ell|^2 \right)}$$

Section efficace totale et théorème optique

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{abs} = \frac{2\pi}{k^2}\sum_{\ell=0}^{\infty}\hat{\ell}\left(1 - \mathrm{Re}(S_\ell)\right)$$

En comparant avec la partie imaginaire de *f(θ=0)*

$$f(\theta=0) = \frac{1}{2ik}\sum_{\ell=0}^{\infty}\hat{\ell}(S_\ell - 1)\,P_\ell(\cos\theta = 0)$$

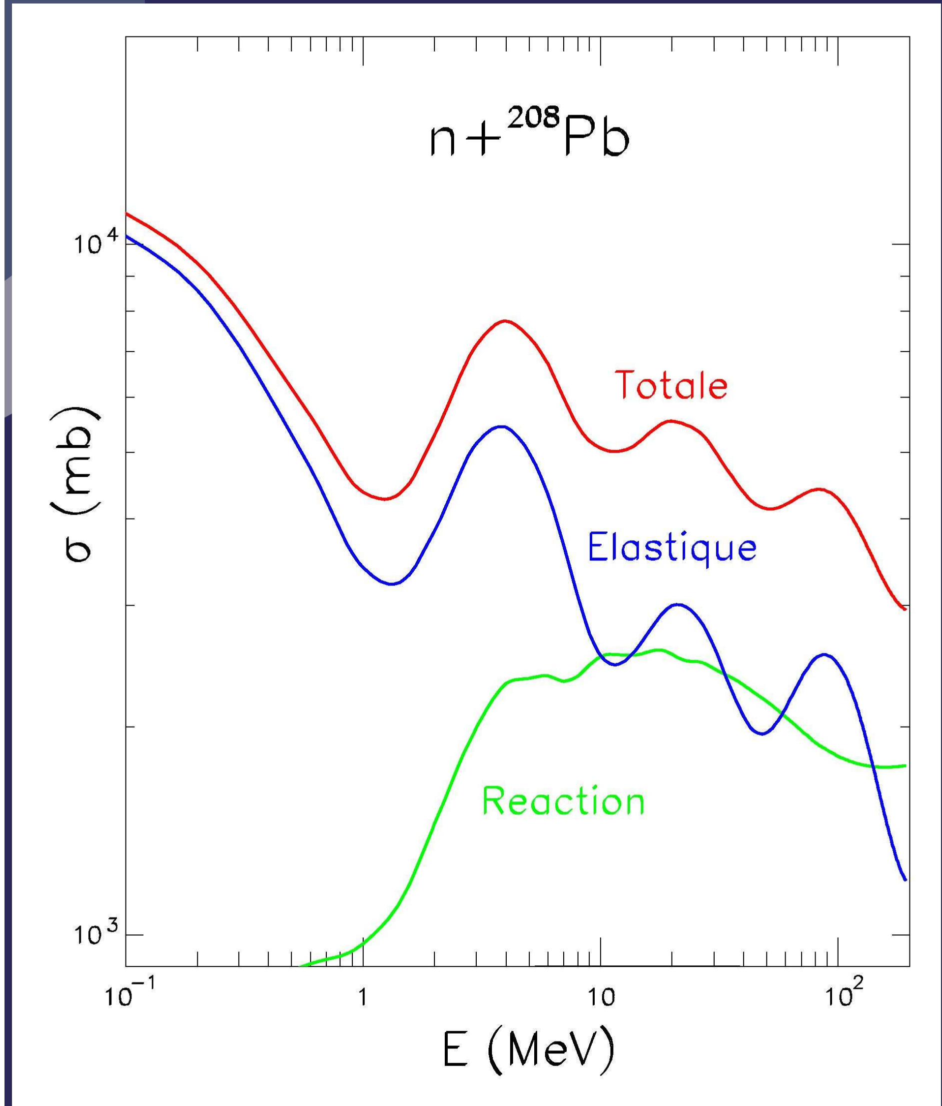


On remarque:

$$\boxed{\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k}\mathrm{Im}(f(\theta=0))}$$

Relation entre la section efficace totale et la section efficace élastique à $\theta=0$

Sections efficaces en fct de Sl



$$\sigma_{el} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \hat{\ell} \left| S_\ell - 1 \right|^2$$

$$\sigma_{abs} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \hat{\ell} \left(1 - \left| S_\ell \right|^2 \right)$$

$$\sigma_{tot} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \hat{\ell} \left(1 - \mathrm{Re}(S_\ell) \right)$$

En pratique: calcul avec les codes ECIS et DWBA de J. Raynal

Equations couplées

$$\left(h-\varepsilon_i\right)\phi_i = 0$$

L'EDS interne de la cible a un spectre de solutions ε_i.

$$\Psi_i(\vec{r},\xi) = \sum_{j=1}^{N} \chi_{ij}(\vec{r})\,\phi_i(\xi)$$

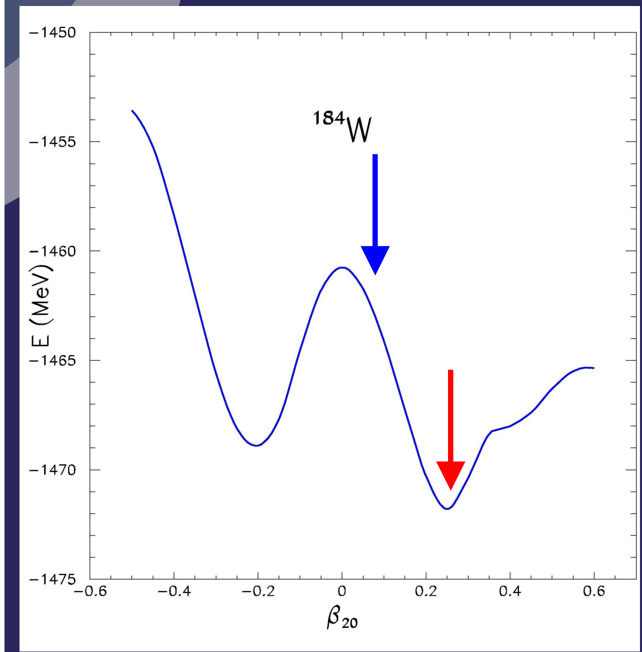
Ψ_i solution de l'EDS complète laissant le noyau cible dans l'état i

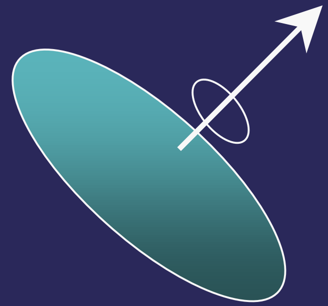
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U_{ii}(\vec{r}) - E_i\right)\chi_{ii}(\vec{r}) = \sum_{j\neq i} U_{ij}(\vec{r})\chi_{ij}(\vec{r})$$

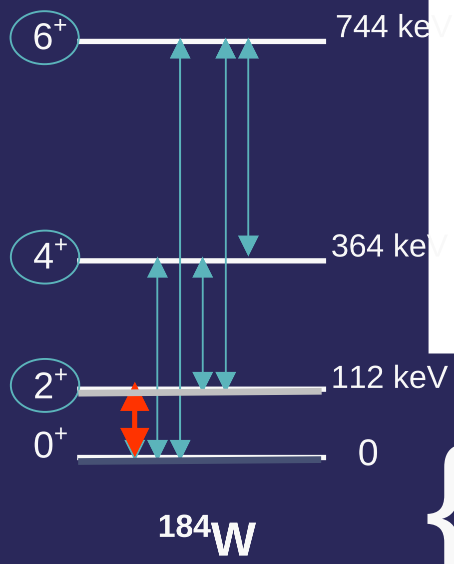
avec: $$U_{ij}(\vec{r}) = \int \phi_i^*(\xi)\, V(\vec{r},\xi)\,\phi_j(\xi)\, d\xi$$

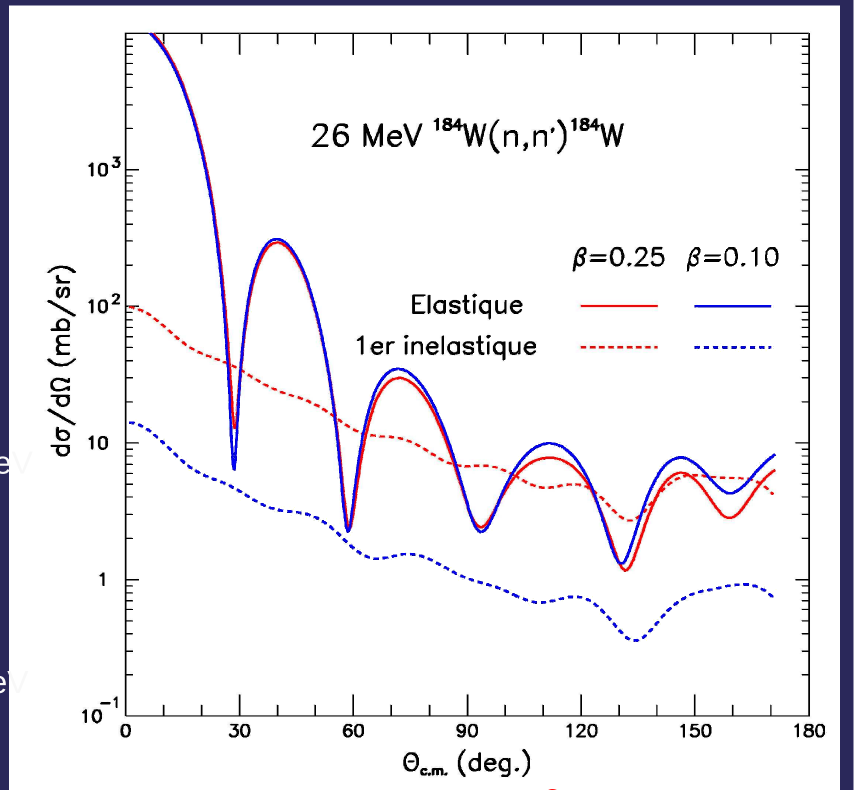
La conservation du spin total de Ψ sélectionne les composantes de U_{ij} (décomposé en ondes partielles)

Collectivité, déformation, couplages









$$\begin{cases} (T+V_{00}-E)\,\Psi_0 = \overset{\beta}{V_{02}}\,\Psi_2 \\ (T+V_{22}-E)\,\Psi_2 = V_{20}\,\Psi_0 \end{cases}$$

Non localité

Dans l'approche type Pb à N corps même si v est un potentiel local:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\chi + \int \sum_{i=1}^{A} \left|\phi_i(\vec{r}_i)\right|^2 v(\vec{r}-\vec{r}_i)\chi(\vec{r}) - \phi_i^*(\vec{r}_i)\phi_i(\vec{r})v(\vec{r}-\vec{r}_i)\chi(\vec{r}_i)\, d\vec{r}_i = E\chi(\vec{r})$$

L'échange produit de la non localité.

→ **Les potentiels optiques sont non-locaux**

On peut trouver des **approximations** locales du potentiel optique

$$\chi(\vec{r})\widetilde{U}(\vec{r}) = \int u(\vec{r},\vec{r}\,')\chi(\vec{r}\,')d\vec{r}\,'$$

En développant $\chi(r)$ autour de $\chi(r')$ et en remarquant

$$\chi(\vec{r}\,') = \chi(\vec{r}) + (\vec{r}-\vec{r}\,')\nabla\chi(\vec{r}) + \frac{1}{2}(\vec{r}-\vec{r}\,')^2\nabla^2\chi(\vec{r}) + \ldots$$

$$\nabla = -\frac{p}{i\hbar}$$

$$\chi(\vec{r})\widetilde{U}(\vec{r}) = \left[U_0(\vec{r}) + U_2(\vec{r})p^2 + \ldots\right]\chi(\vec{r})$$

Dépendance en impulsion supplémentaire (masses effectives)

Construire un potentiel optique : Interaction effective (Début d'un tunnel de théorie)

Dans l'approche à N corps: v potentiel nucléon-nucléon

Bonn, Paris, AV18,….   Cœur répulsif !
Traitement difficile

→ Interaction effective

On définit deux sous espaces des fct d'onde du système: p et q
p sous espace correspondant à une diffusion élastique
q complémentaire de p.

P et Q projecteurs sur p et q.

$$P^2=P$$
$$Q^2=Q$$
$$Q=1-P$$

$$PQ=QP=0$$
$$P+Q=1$$

Construire un potentiel optique : Interaction effective

$P^2=P$

$Q^2=Q$

$Q=1-P$

$PQ=QP=0$

$P+Q=1$

$$(H-E)\psi=0$$

$$(H-E)(P+Q)\psi=0$$

En développant

$$EP\psi+EQ\psi-HP\psi-HQ\psi=0$$

xQ

$$EQP\psi+EQQ\psi-QHP\psi-QHQ\psi=0$$

xP

$$Q\psi=\left[E-H_{QQ}+i\varepsilon\right]^{-1}H_{QP}(P\psi)$$

$$EPP\psi+EPQ\psi-PHP\psi-PHQ\psi=0$$

$$\boxed{\left(E-H_{PP}-H_{PQ}\left[E-H_{QQ}+i\varepsilon\right]^{-1}H_{QP}\right)(P\psi)=0}$$

Hamiltonien effectif

Construire un potentiel optique : Interaction effective

$$\boxed{\left(E - H_{PP} - H_{PQ}\left[E - H_{QQ} + i\varepsilon\right]^{-1} H_{QP}\right)(P\psi) = 0}$$

Hamiltonien effectif

$$v = V_{PP} + V_{PQ}\left[E - H_{QQ} + i\varepsilon\right]^{-1} V_{QP}$$

Potentiel effectif

Dépendance en E

Dépend du noyau cible ☹

Complexe

Si on cherche l'élément de matrice:

$$\tau_{aa'} = \langle \chi_{a'} | V | \psi_a \rangle$$

cette écriture est équivalente ☺

$$\tau_{aa'} = \langle \chi_{a'} | v | P\psi_a \rangle$$

La matrice g : Interaction effective dans la matière nucléaire

Si l'on écrit l'interaction résiduelle par rapport à un système de particules indépendantes: $v = \sum_{i<j} V_{ij} - \sum_i U_i$

Pour tous les i: $(H_0 - E_i)\phi_i = 0$ et $\Phi = \{\phi_1, \ldots, \varphi_n\}_a$ Fct d'onde de part. indep.

Ψ solution du Hamiltonien H complet $(H_0 + v - E)\Psi = 0$

Si P_0 projecteur sur les Φ, et $Q_0 = 1 - P$, on peut écrire

$$\Psi = \Phi + Q_0 (E_0 - H_0)^{-1} (v - E + E_0)\Psi$$

En itérant: $\Psi = \Phi + Q_0 (E_0 - H_0)^{-1} (v - E + E_0)\Phi + \ldots$

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} \left[Q_0 (E_0 - H_0)^{-1} (v - E + E_0) \right]^n \Phi$$

La matrice g : Interaction effective dans la matière nucléaire

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} \left[Q_0 (E_0 - H_0)^{-1} \left(v - E + E_0 \right) \right]^n \Phi$$

En définissant $g = Q_0 (E_0 - H_0)^{-1}$ on calcule la correction

$$E - E_0 = \langle \Phi | v | \Psi \rangle = \left\langle \Phi \left| v \sum_{n=0}^{\infty} [g(v - E + E_0)]^n \right| \Phi \right\rangle$$

En développant (et en négligeant les termes en g², g³,…):

$$E - E_0 = \langle \Phi | v | \Phi \rangle + \langle \Phi | vgv | \Phi \rangle + \langle \Phi | vgvgv | \Phi \rangle + \ldots$$

On peut construire une interaction G à partir de ce résultat

$$G_{ij} = V_{ij} + V_{ij} Q_0 \left(E - H_0 \right)^{-1} V_{ij} + V_{ij} \left[Q_0 \left(E - H_0 \right)^{-1} V_{ij} \right]^2 + \ldots$$

Equ de Bruckner Bethe Goldstone

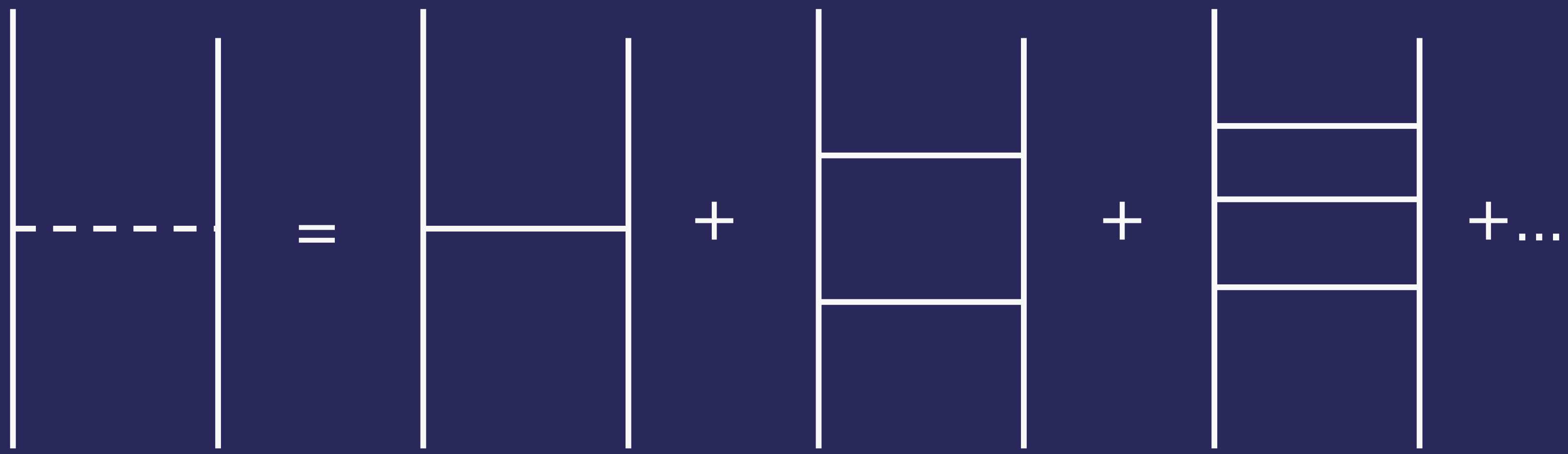
La matrice g : Interaction effective dans la matière nucléaire

$$G_{ij} = V_{ij} + V_{ij} Q_0 \left(E - H_0\right)^{-1} V_{ij} + V_{ij} \left[Q_0 \left(E - H_0\right)^{-1} V_{ij}\right]^2 + \ldots$$

G_{ij} est une interaction nucléon-nucléon habillée

Q_0 → dépendance en densité (densité réelle ≈ densité particules indep.)

Diagrammes en échelle (+ échange)



$$<\Psi|G|\Psi> \; = \; <\Psi|V|\Psi> + <\Psi|VgV|\Psi> + <\Psi|VgVgV|\Psi> + \ldots$$

La matrice g : Interaction effective dans la matière nucléaire

$$G_{ij} = V_{ij} + V_{ij} Q_0 \left(E - H_0\right)^{-1} V_{ij} + V_{ij} \left[Q_0 \left(E - H_0\right)^{-1} V_{ij}\right]^2 + \ldots$$

G_{ij} est une interaction nucléon-nucléon habillée

$Q_0 \rightarrow$ dépendance en densité (densité réelle ≈ densité particules indep.)

Dans la matière nucléaire (densité ρ):

$$\boxed{g_{kf}(E) = V + \sum_{\vec{a},\vec{b} > kf} V \frac{\left|\vec{a}\vec{b}\right\rangle\left\langle\vec{a}\vec{b}\right|}{E - e(a) - e(b)} g_{kf}(E)}$$

La self-énergie d'un système nucléon(k)-matière nucléaire(kf) est :

$$\boxed{M_{kf}(k,E) = \sum_{j<kf} \left\langle \vec{k}\vec{j} \right| g_{kf}(E + e(j)) \left| \vec{k}\vec{j} \right\rangle_a = U_{kf}(k,E)}$$

L'opérateur de masse, intrinsèquement non local (local si k(E) imposé) c'est le **potentiel optique** dans la matière nucléaire

On voit le bout du tunnel !

On va enfin pouvoir calculer un potentiel optique pour un noyau réel (et voir à quoi servent tous ces délires de théoriciens) !

$$U(\vec{r},E) = U\big(\rho(\vec{r}),E\big) = \int U\big(\rho(\vec{r}\,'),E\big)\,\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')\,d\vec{r}\,'$$

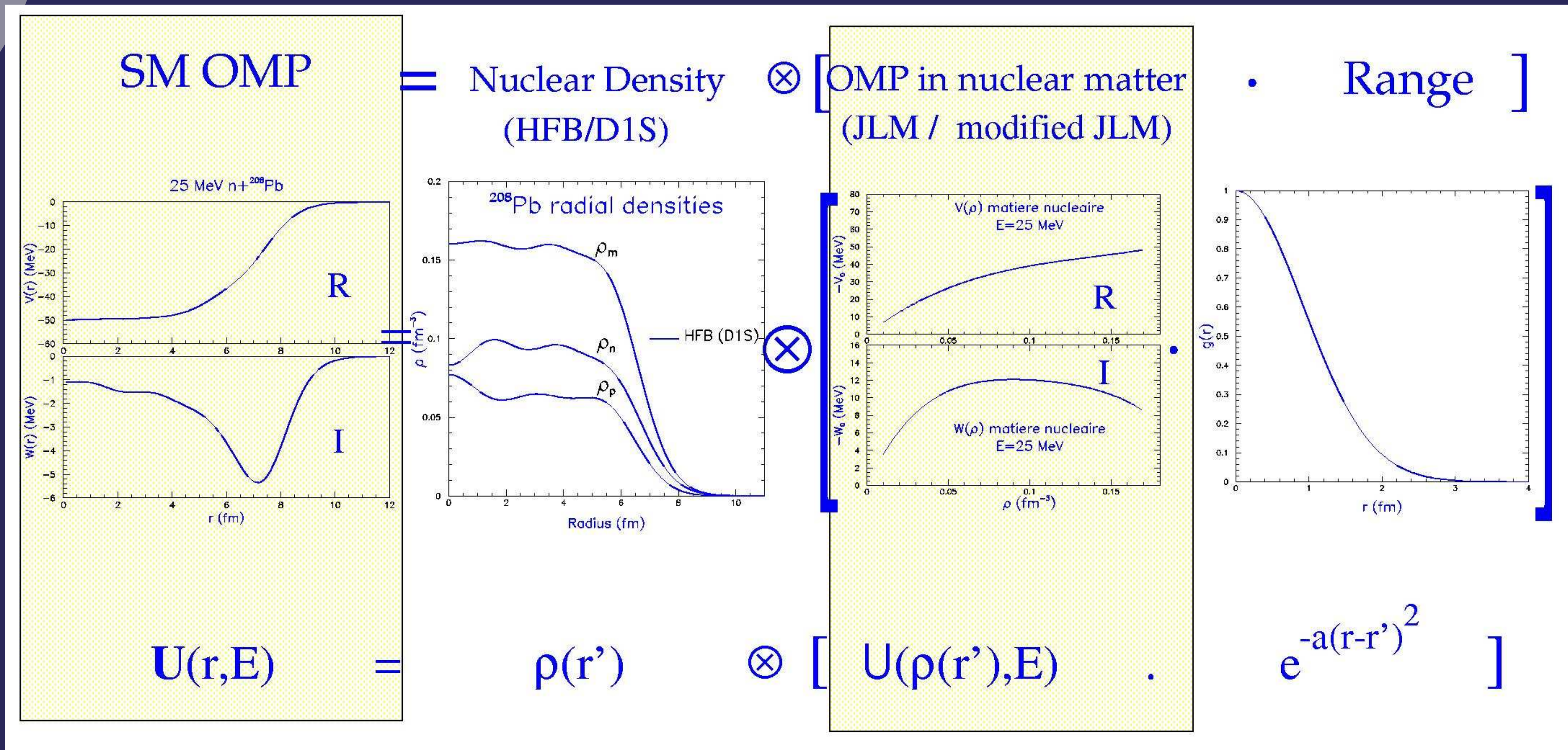
Si l'on a calculé $U(\rho,E)$ et $\rho(r)$ alors on peut calculer $U(r,E)$!

Opérateur de masse
à partir de la matrice g
Indépendant du noyau cible

Calcul de structure nucléaire
dépendant du noyau cible
(modèle en couches,
champ moyen, champ moyen++)

JLM : convolution (r) de l'opérateur de masse (NM) avec la densité radiale

$$U(\vec{r},E) == \int U\big(\rho(\vec{r}\,'),E\big)\, e^{-\left(\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{t}\right)^2}\, d\vec{r}\,'$$



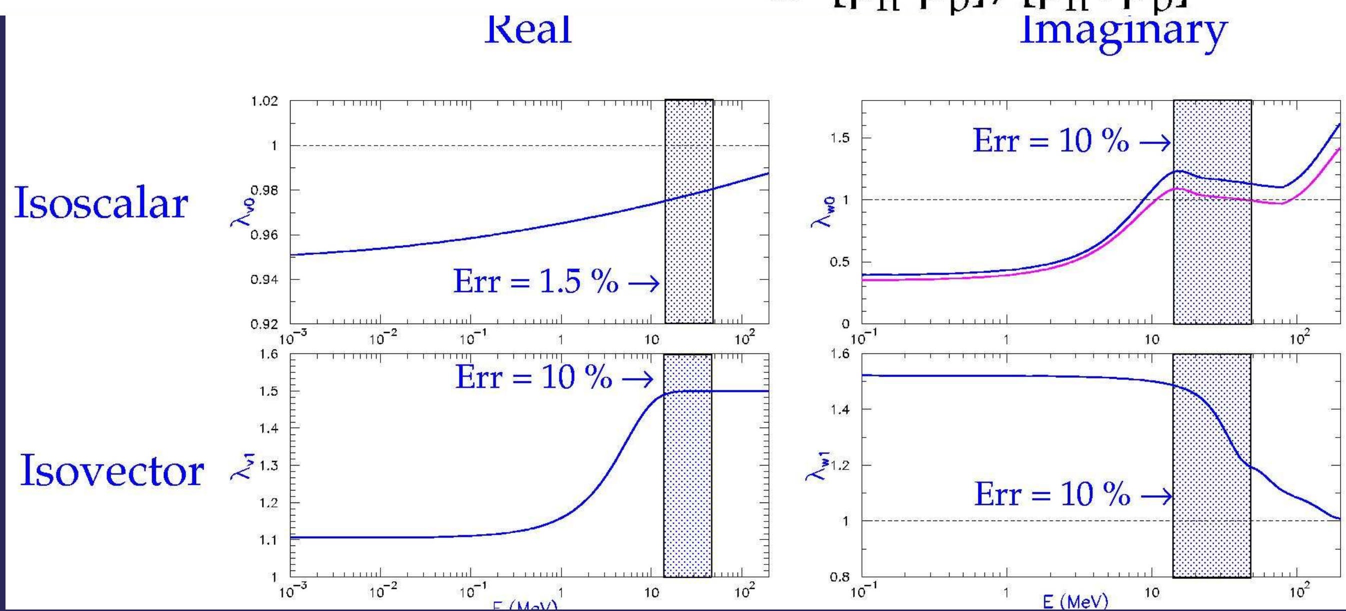
JLM : potentiel SEMI-microscopique Lane-consistant

$$U_{\substack{(n,n)\\(p,p)}}(\rho,E) = l_v(E)\,[V_0(\rho,E) \pm f_v(E).\alpha\,.V_1(\rho,E)] + i\, l_w(E)[W_0(\rho,E) \pm f_w(E).\alpha\,.W_1(\rho,E)]$$

$$U_{(p,n)}(r,E) = 2\sqrt{\frac{\alpha(r)}{A}}\;[l_v(E).f_v(E).V_1(r,E) + l_w(E).f_w(E).W_1(r,E)]$$

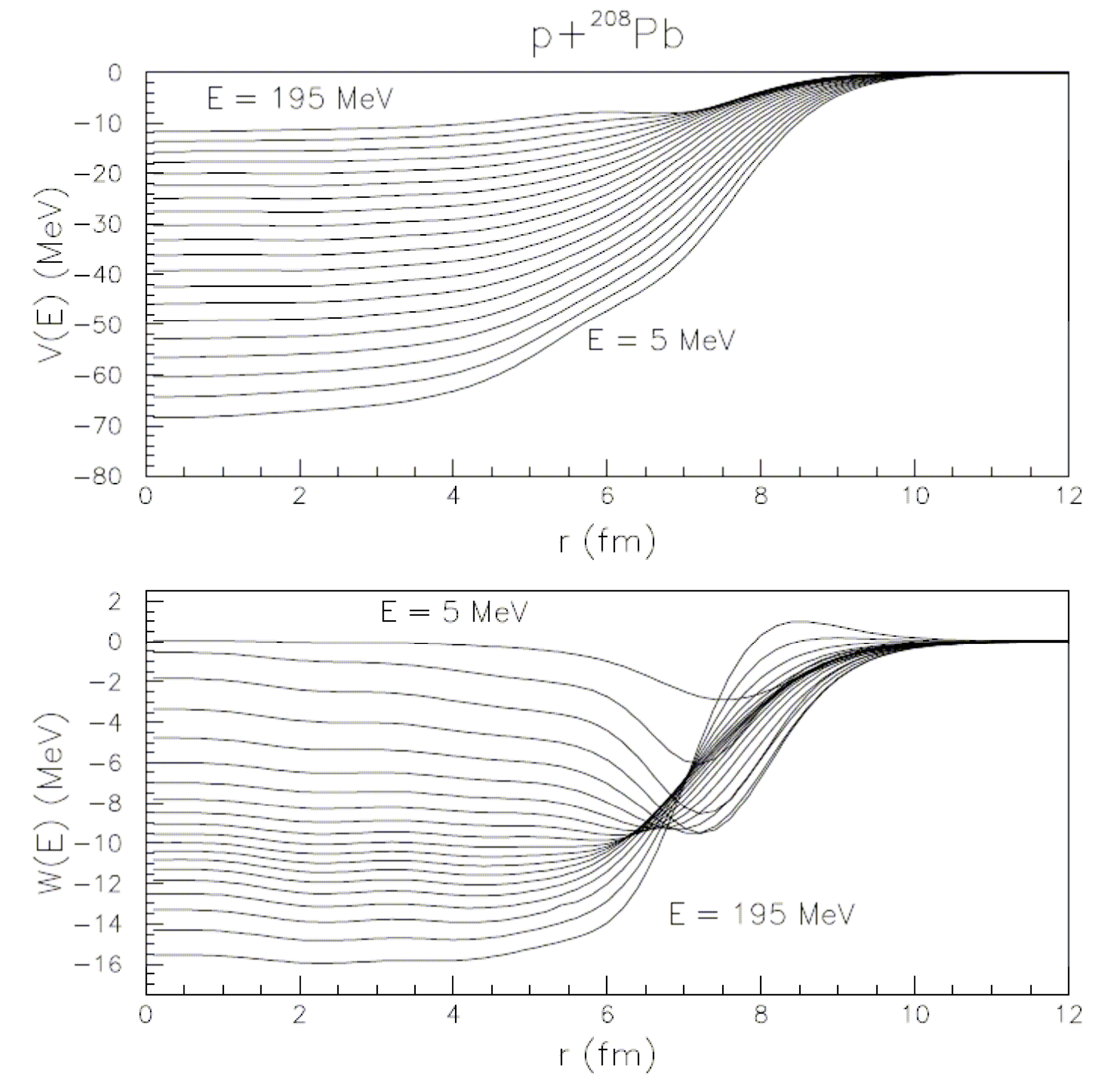
$\alpha=[\rho_n-\rho_p]/[\rho_n+\rho_p]$

λ: facteurs de normalisation phénoménologiques



E. Bauge et al., Phys. Rev. C **63**, 034607 (2001)

Potentiel JLM

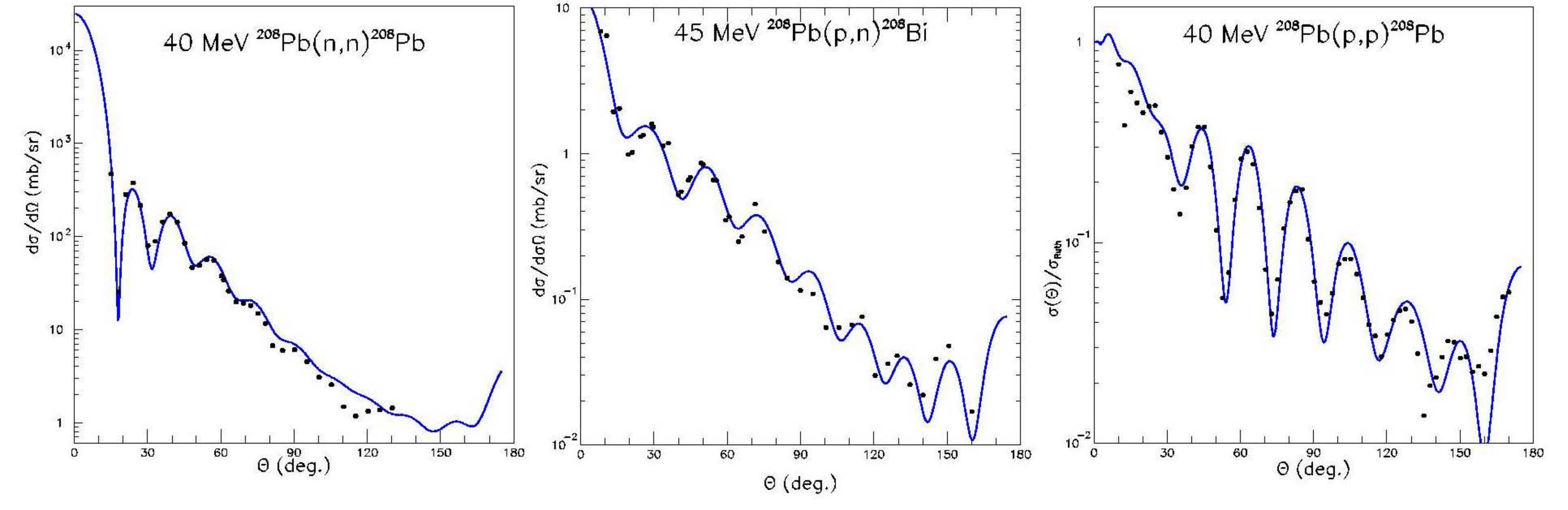


potentiel nucléon-noyau

1 keV <E< 200 MeV

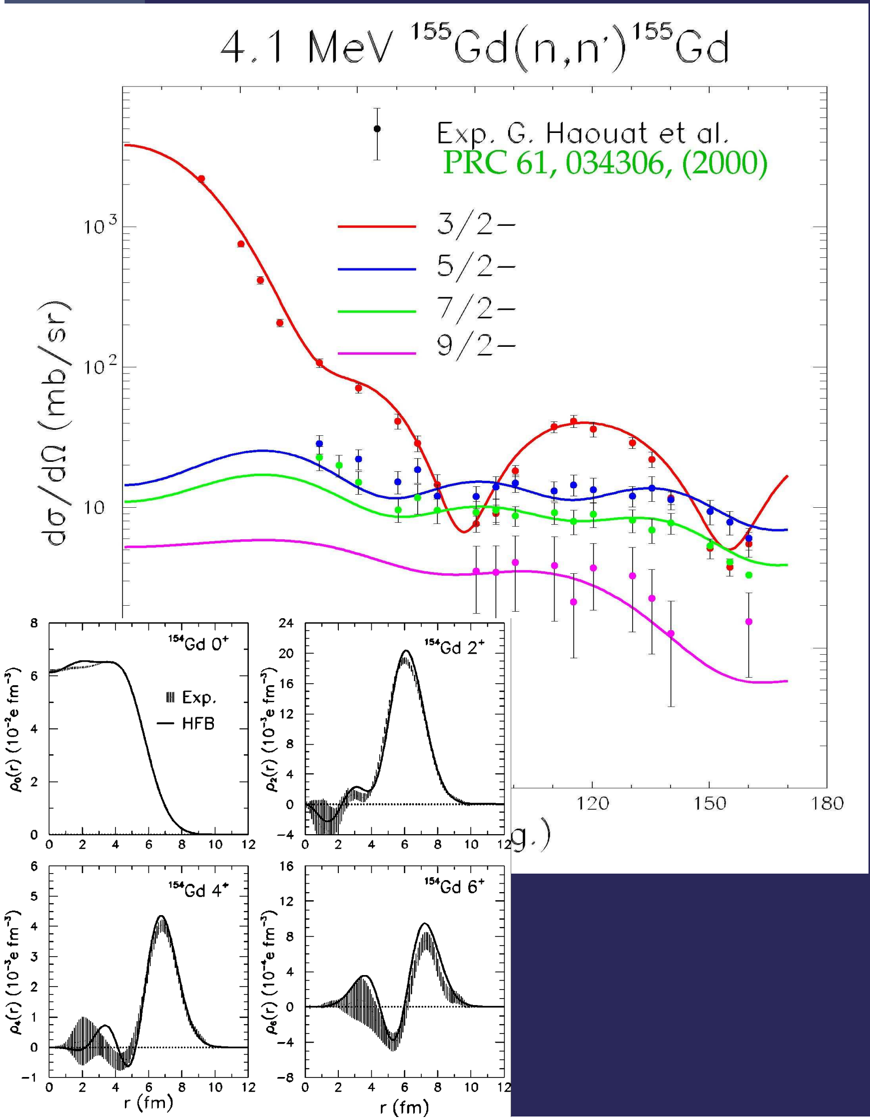
30<A_{cible}<250

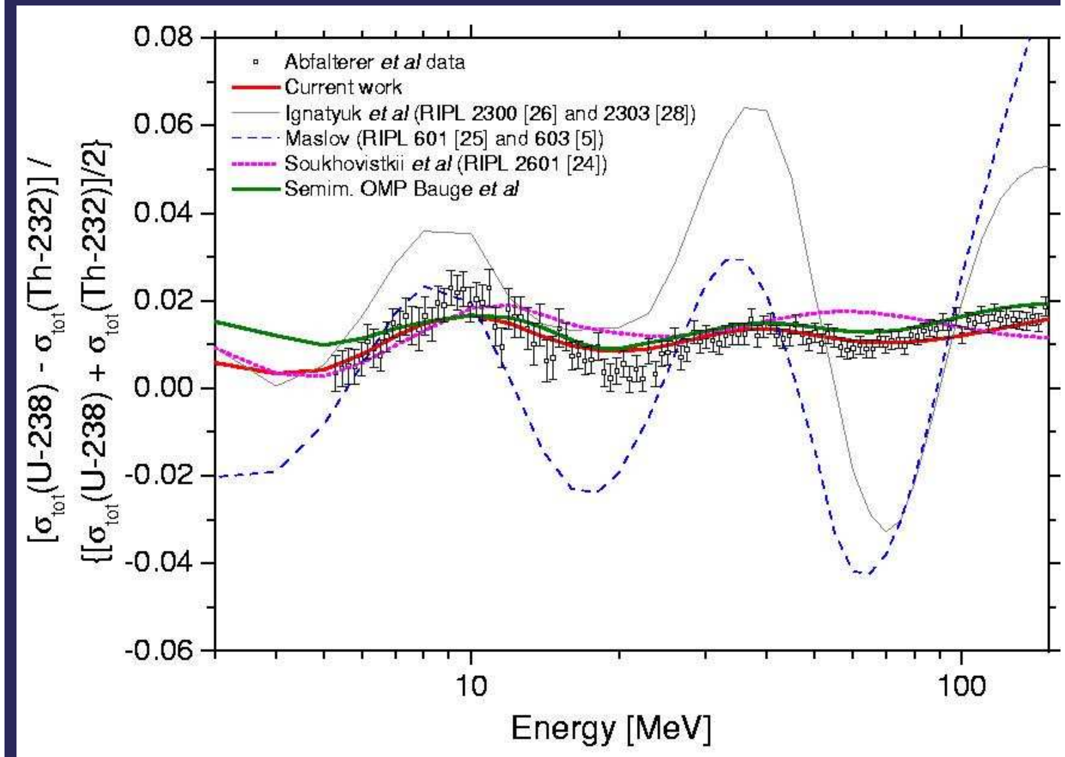
Calculs JLM+HFB(D1S) cible stable



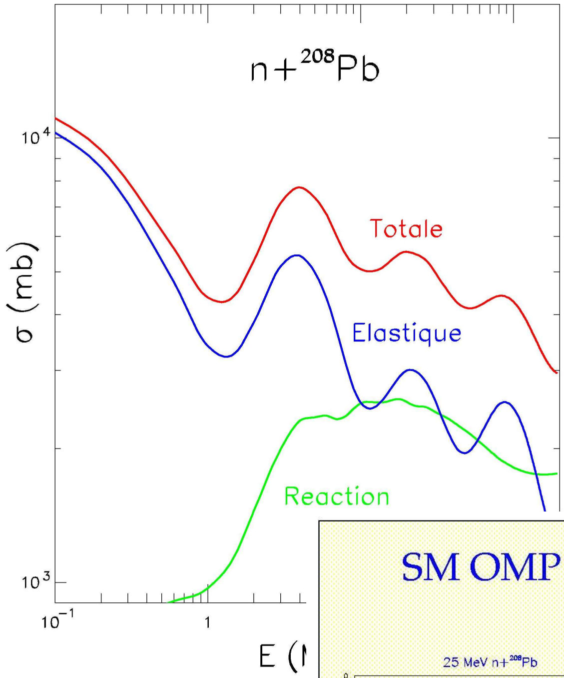
Une seule expression du potentiel dépendante de l’isospin pour protons et neutrons incidents

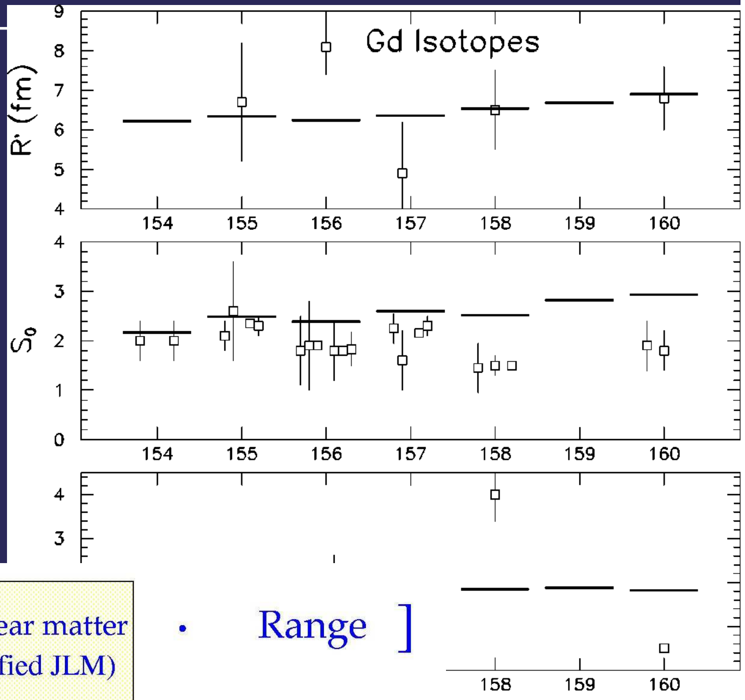
Calculs JLM+HFB(D1S) cible stable déformés

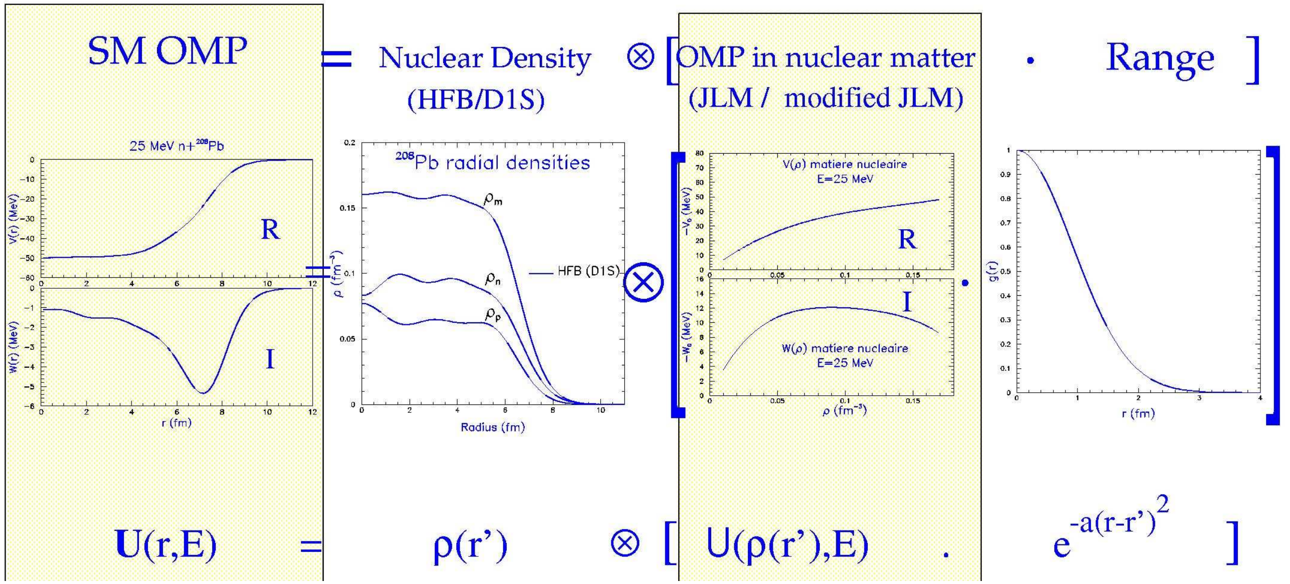




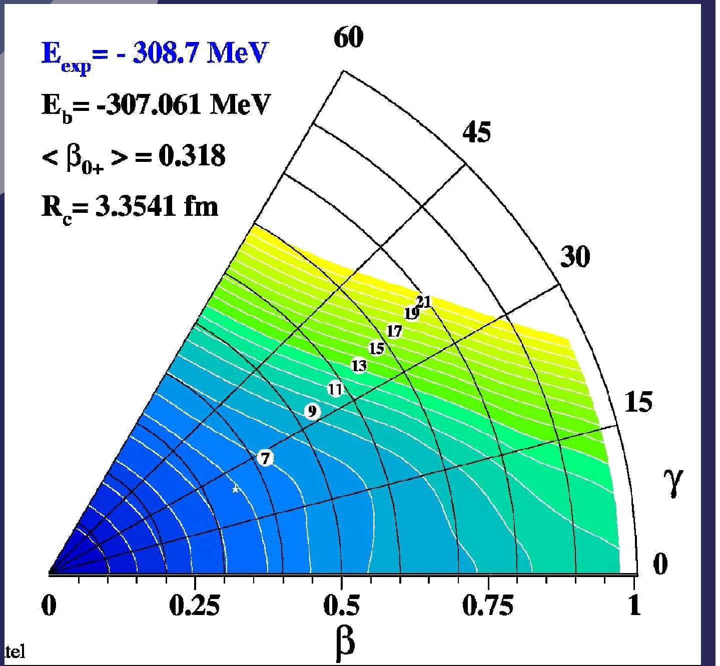
Y'a quelque chose qui cloche la dedans, j'y retourne immédiatement…

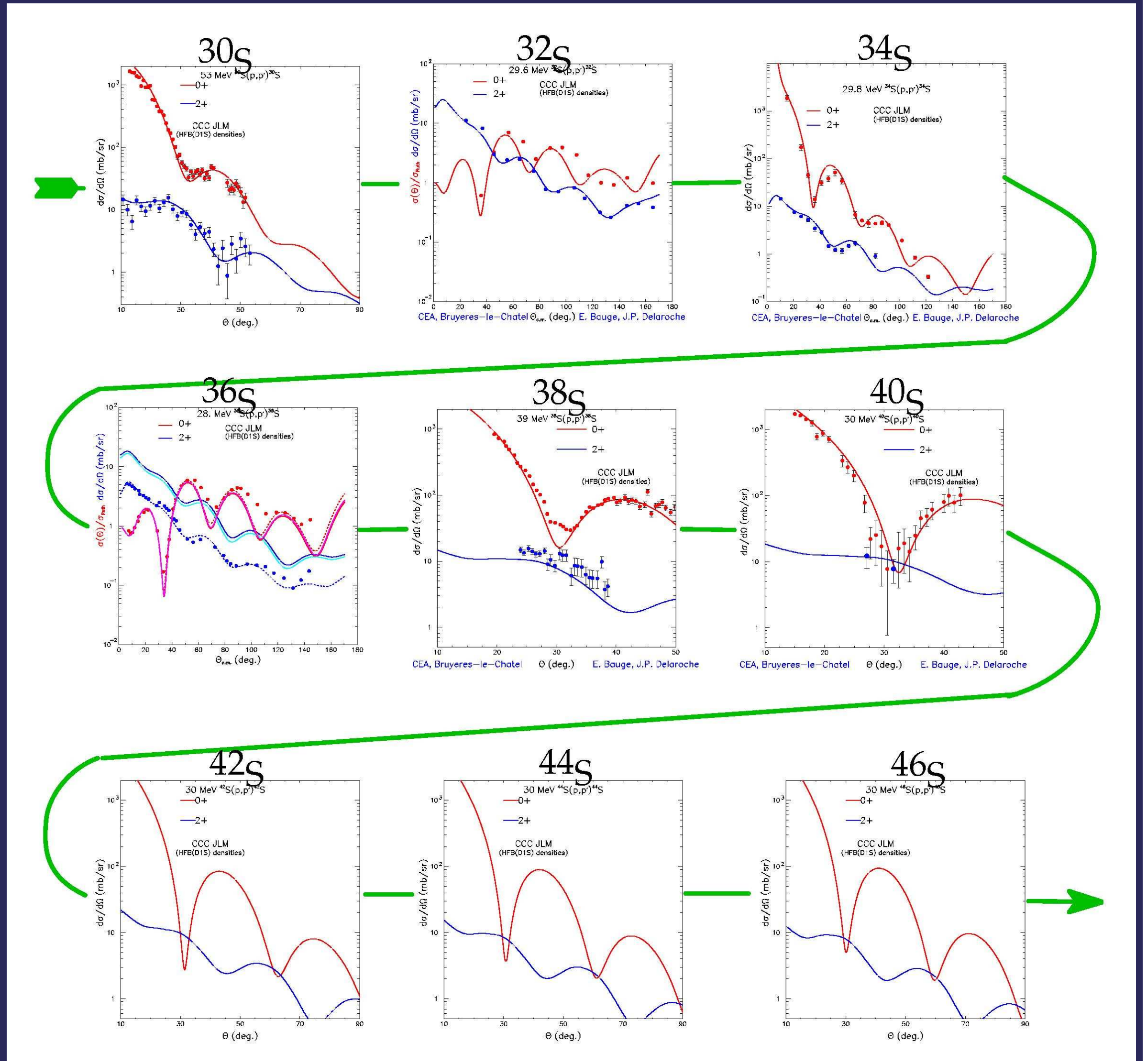




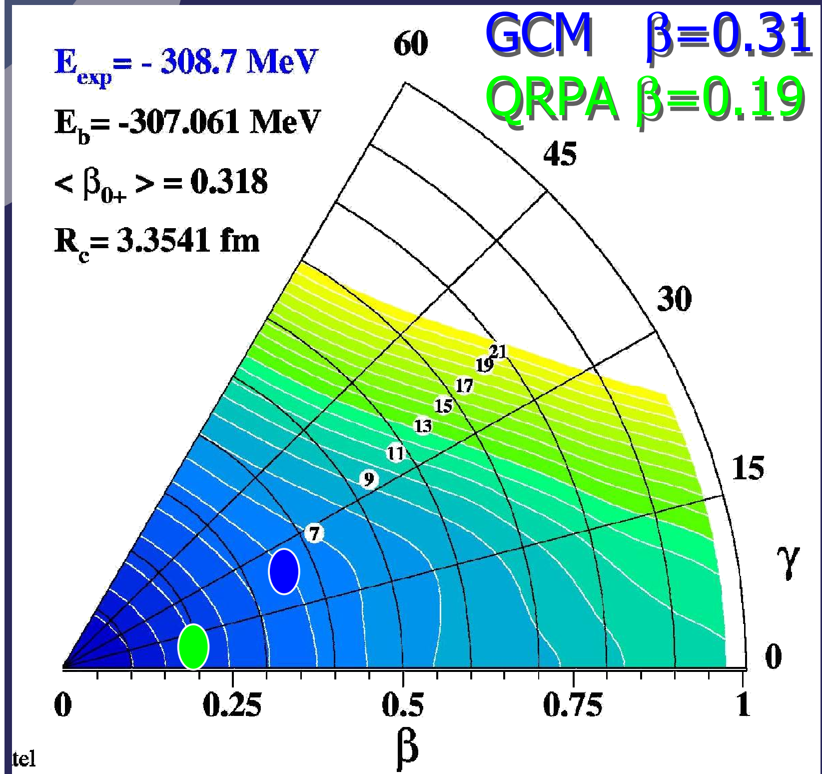


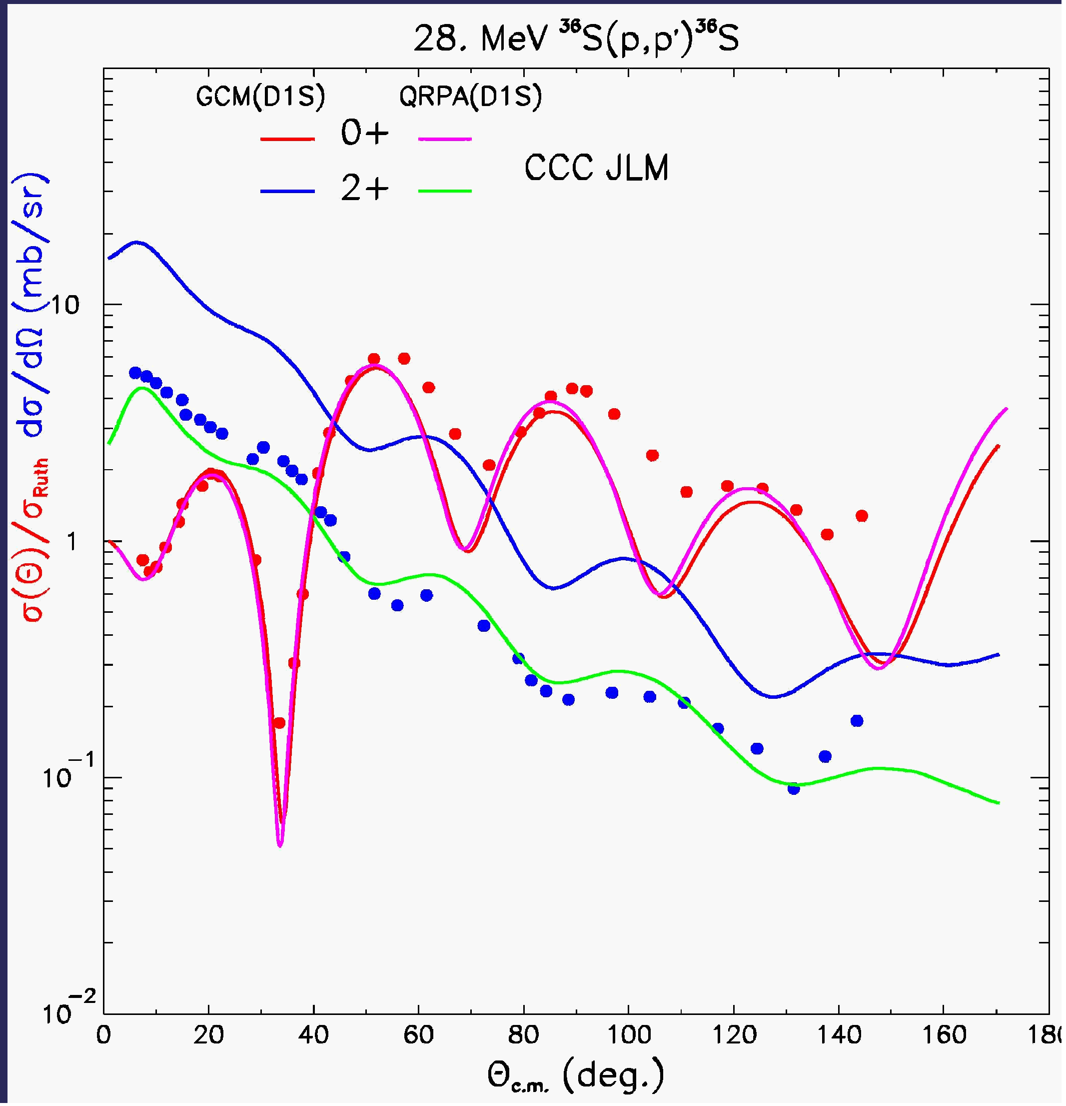
Calculs JLM+HFB(Gogny)+GCM cibles stables et instables





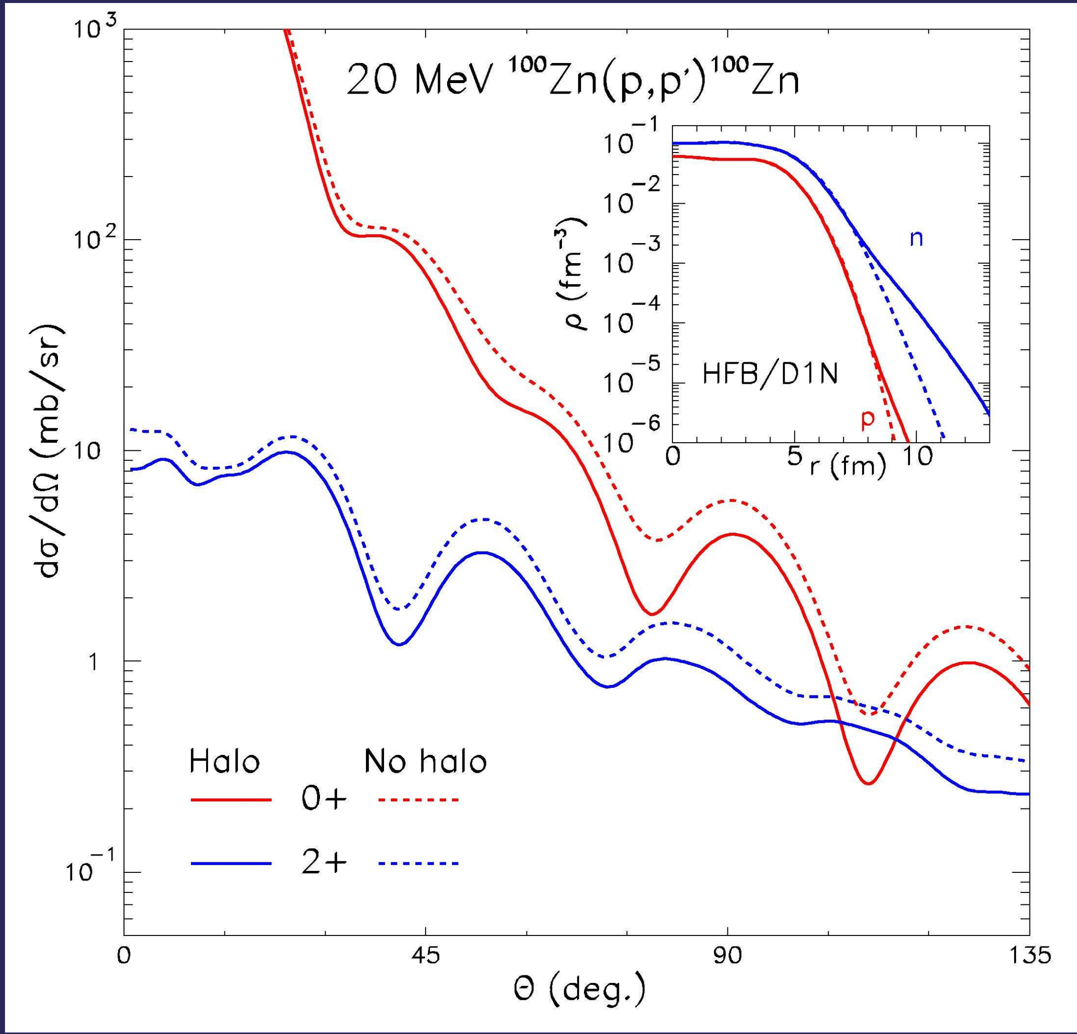
JLM :
sensible aux progrès de la stucture





Calcul QRPA S. PERU

JLM prédictions extrêmes à la drip-line
Sensibles à la structure nucléaire



Extrait de : « SPIRAL-2 : Scientific objectives »

Melbourne: convolution (r) d'une matrice g avec la matrice densité

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 - V_C(\vec{r}) + E\right]\chi(\vec{r}) = \int U(\vec{r},\vec{r}\,')\chi(\vec{r}\,')d\vec{r}\,'$$

$$U(\vec{r},\vec{r}\,',E) = \sum_{\alpha\beta}\rho_{\alpha\beta}\left(\phi^*_\alpha(\vec{r})\,g_{kf}(r,r,E)\phi_\beta(\vec{r}) + \phi^*_\alpha(\vec{r})\,g_{kf}(r,r',E)\phi_\beta(\vec{r}\,')\right)$$

Pot. optique
non local

Informations de structure:
matrice densité (HF ou RPA, SM)
et fct d'onde à 1 particule

Matrice g de Melbourne
Non ajustée !
Calculée à partir de
L'int. De Bonn

Melbourne inélastique

Etats de cible initial et final
information de structure nucléaire

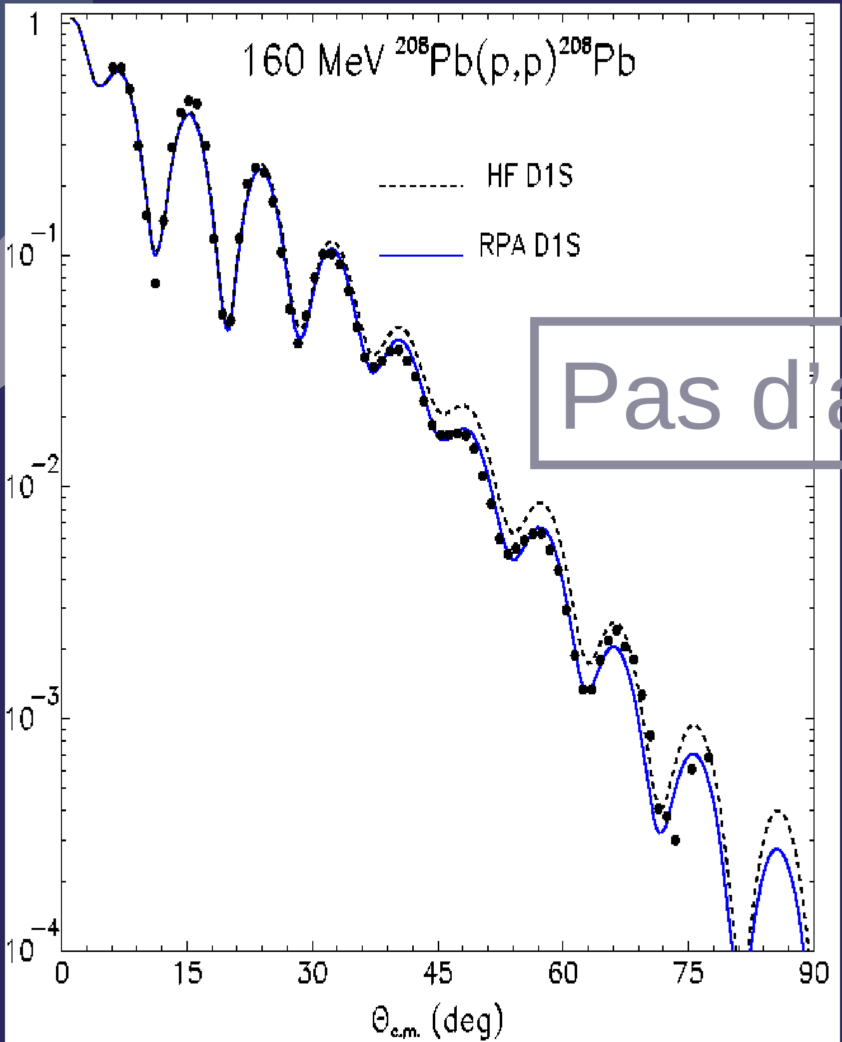
Matrice g de Melbourne
(isoscalaire, isovecteur,
spin-orbite, $\sigma.\tau$)

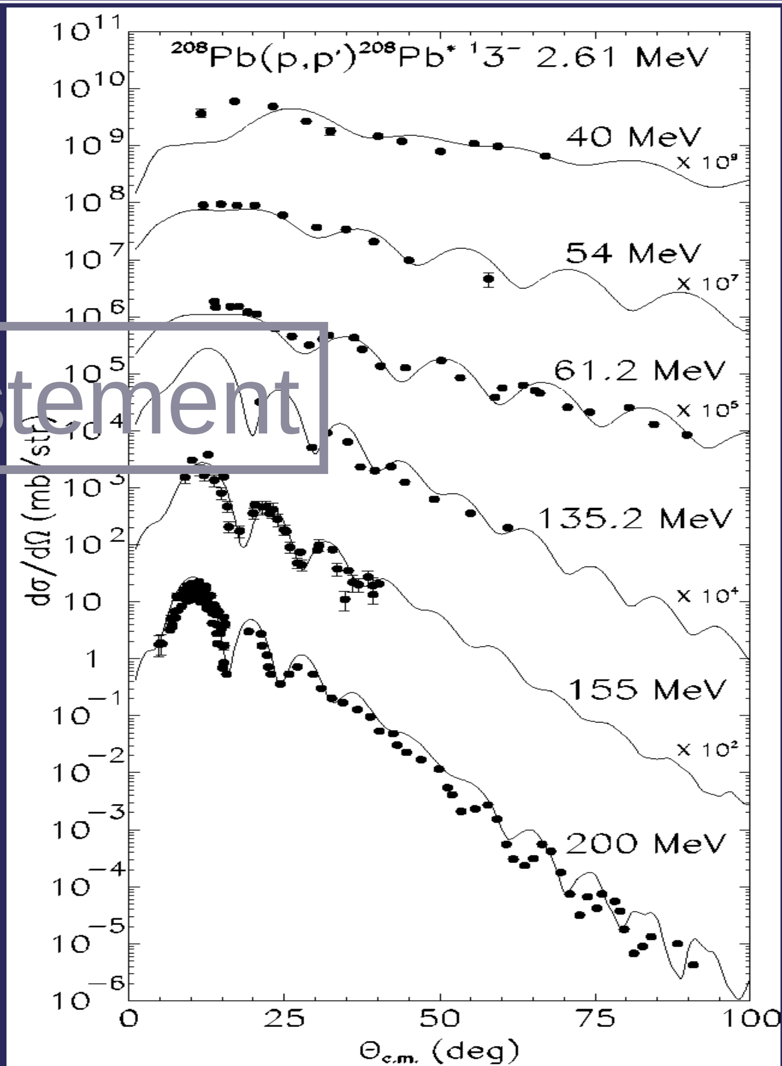
$$\frac{d\sigma(\vec{k}_i,\vec{k}_f)}{d\Omega} \sim \left| \left\langle \chi^{+}(\vec{k}) \middle| \left\langle \tilde{0} \middle| V \middle| n_f \right\rangle \middle| \chi^{-}(\vec{k}_f) \right\rangle \right|^2 = \left| T^{(1)} \right|^2$$

DWBA

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 - V_C(\vec{r}) + E\right]\chi(\vec{r}) = \int U(\vec{r},\vec{r}\,')\chi(\vec{r}\,')d\vec{r}\,'$$

Calculs Melbourne+ (HF ou RPA)
Cible stable



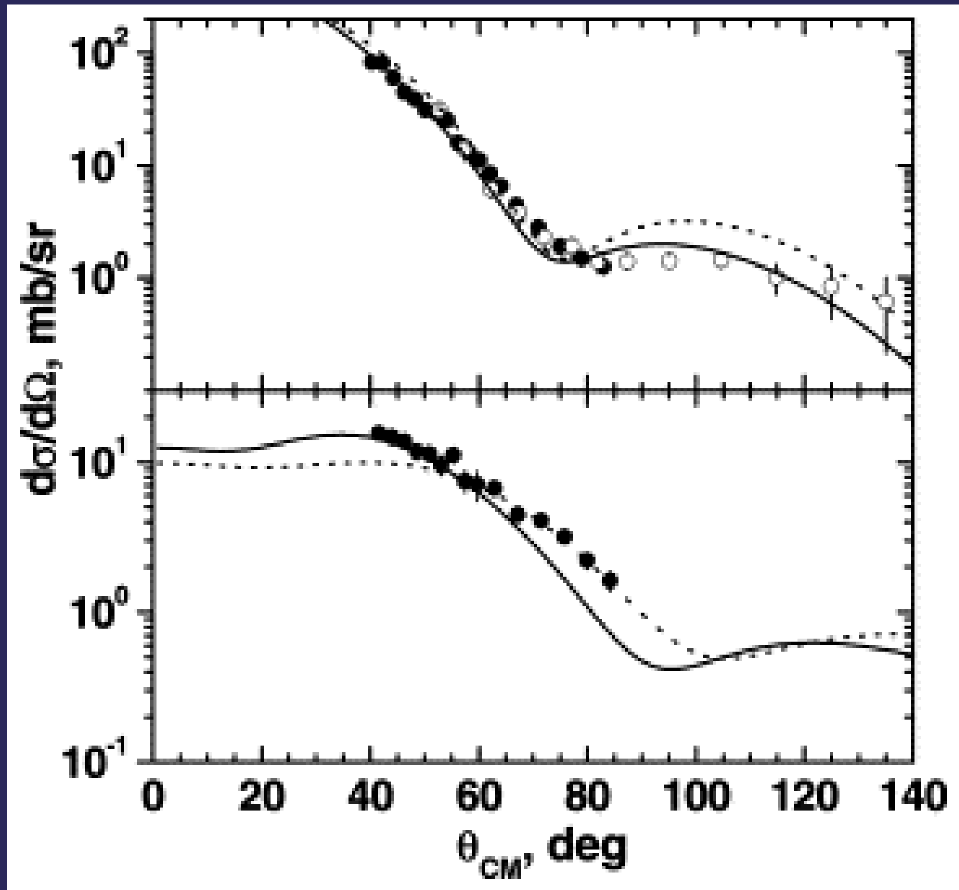


Pas d'ajustement

M. Dupuis, et al., Phys Rev C **73**, 014605 (2006)

Calculs Melbourne+ (Shell model)
Cible instable

24.5 A MeV p(6He,6He')p



S.V. Stepansov et al. Phys. Lett. B **542**, 35 (2002)

ABL (Arellano, Brieva, Love) convolution (p) d'une matrice g avec la densité

$$U(\vec{k},\vec{k}',E)=\int\left\langle \vec{k}'\vec{p}'\right|g_{kf}(E)\left|\vec{k}\vec{p}\right\rangle \rho(\vec{p},\vec{p}')\,d\vec{p}\,d\vec{p}'$$ 9D

H.F. Arellano, Phys Rev C 52,301 (1995)

Si g a la symétrie sphérique U peut se réécrire (exact)

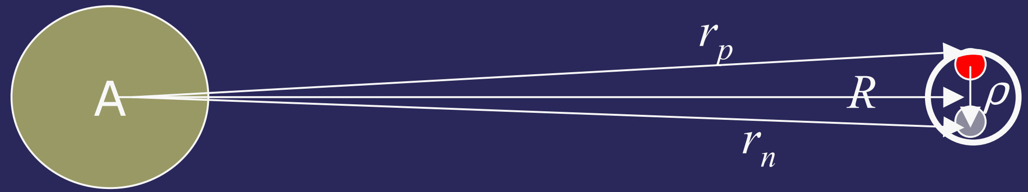
$$U=\int d\vec{P}\,\rho(\vec{q},\vec{P})g_{\infty}-\int d\vec{Q}d\vec{P}\rho(\vec{Q},\vec{p})\int_{0}^{\infty}Z^{3}dZ\,\frac{j_{1}(Z|\vec{Q}-\vec{q}|)}{Z|\vec{Q}-\vec{q}|}\frac{\partial g_{Z}}{\partial Z}$$ 7D

Avec: $$\frac{\partial g_{z}}{\partial Z}=\frac{\partial g}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\delta Z}$$

La sensibilité à la dépendance en densité est limitée à la surface

H.F. Arellano et al., Phys Rev C 76, 014613 (2006)

Un autre type de convolution : CDCC pour les deutons incidents



Hamiltonien

$$\hat{H}_{eff} = \bar{p}\left[\hat{T}_{\vec{R}} + U_p(\vec{r}_p, E/2) + U_n(\vec{r}_p, E/2) + \underbrace{\hat{T}_{\vec{\rho}} + V_{pn}(\vec{\rho})}_{\hat{H}_{pn}} + V_p^{(Coul)}(R)\right]\bar{p}$$

Forme de la fct d'onde : couplage aux excitations du projectile

$$\Psi_{JM} = \sum_{L=|J-1|}^{J+1}\left[\Phi_0(\vec{\rho}) \otimes \chi_0(L, J\,;\,\vec{R})\right]_{JM}$$
$$+ \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{I=|l-S|}^{l+S}\sum_{L=|J-I|}^{J+I}\underbrace{\int_0^{\infty}\left[\Phi({}^{2S+1}l_I\,;\,k, \vec{\rho}) \otimes \chi({}^{2S+1}l_I, L, J\,;\,P_k, \vec{R})\right]_{JM} dk}_{B}$$

Un exemple où la structure (du deuton) et la réaction sont traitées sur un pied d'égalité

CDCC pour les deutons incidents Solution

CDCC : Continuum Discretizd Coupled Channels

Le continuum est discrétisé.
Les ondes distordues du continuum sont replacées par leur moyenne sur un intervalle de discrétisation

$$\chi({}^{2S+1}l_I, L, J\,;\, P_k, \vec{R}) \sim \chi({}^{2S+1}l_I, L, J\,;\, \hat{P}_i, \vec{R})\ , \forall k \in [k_i, k_{i+1}]$$

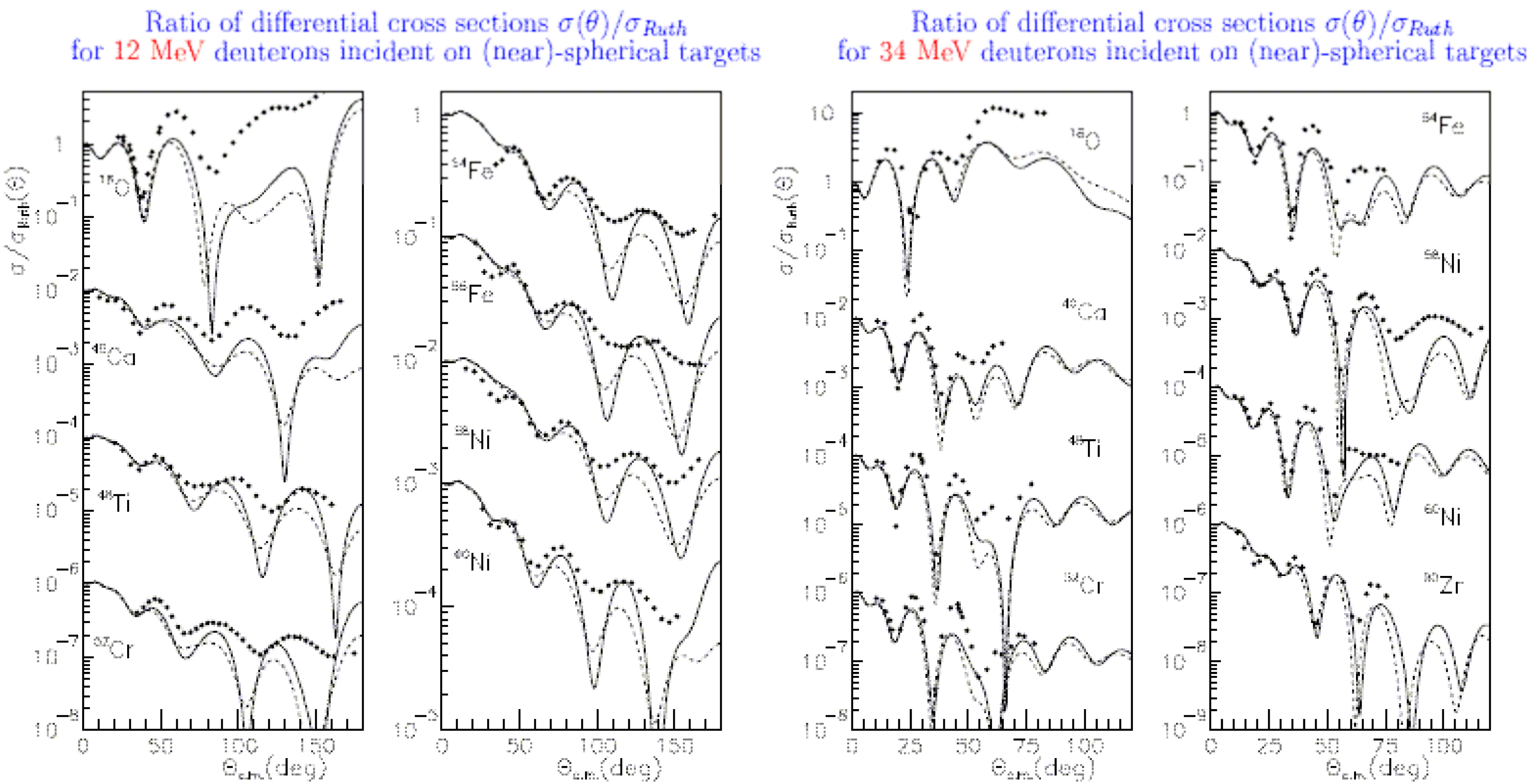
$$\begin{aligned} B &= \int_0^\infty \left[\Phi({}^{2S+1}l_I\,;\, k, \vec{\rho}) \otimes \chi({}^{2S+1}l_I, L, J\,;\, P_k, \vec{R})\right]_{JM} dk \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \left[\tilde{\Phi}_i({}^{2S+1}l_I\,;\, \vec{\rho}) \otimes \tilde{\chi}_i({}^{2S+1}l_I, L, J\,;\, \vec{R})\right]_{JM} \end{aligned}$$

Les développements sont tronqués en l et k

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu_R}\frac{d^2}{dR^2} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2\mu_R R^2} + V_p^{(Coul)} - E_i\right) u_c^J(R) = -\sum_{c'} F_{cc'}^J(R) u_{c'}^J(R)$$

avec $F_{cc'}^J = \langle \left[\tilde{\Phi}_i \otimes Y_L(\hat{R})\right]_{JM} |U_p + U_n| \left[\tilde{\Phi}_{i'} \otimes Y_{L'}(\hat{R})\right]_{JM} \rangle_{\hat{R},\hat{\rho},\rho}$

CDCC pour les deutons incidents Résultats

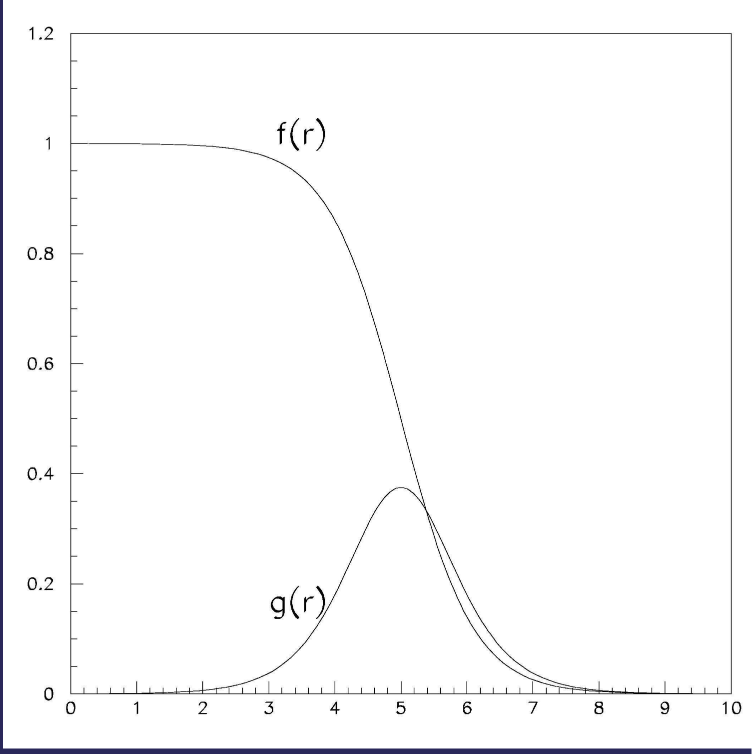


P. Chau Huu Tai, Nucl Phys A 773, 56 (2006)

Potentiel optique phénoménologique

U(r,E) : local, complexe, paramétrisé par des formes fonctionnelles simples

$$\begin{aligned}
U(r,E) &= [V_V(E) + iW_V(E)]f(r,R,a) \\
&+ [V_S(E) + iW_S(E)]g(r,R,a) \\
&+ [V_{SO}(E) + iW_{SO}(E)] \\
&\times \left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 \frac{1}{r} g(r,R,a)\, \mathbf{l}.\sigma
\end{aligned}$$



<u>Ex:</u> A.J. Koning, J.P. Delaroche, Nucl. Phys. **A713**, 231 (2003)

19 paramètres ajustés entre 1 keV et 200 MeV.

Ajustement dans la vallée de stabilité

→ extrapolation hasardeuse

→ interpolation de bonne qualité

Ajustement très fin possible.

Facile et rapide à calculer (U(r)=f(A,E)).

Potentiel optique phénoménologique dispersif

U(r,E) : local, complexe, paramétrisé par des formes fonctionnelles simples

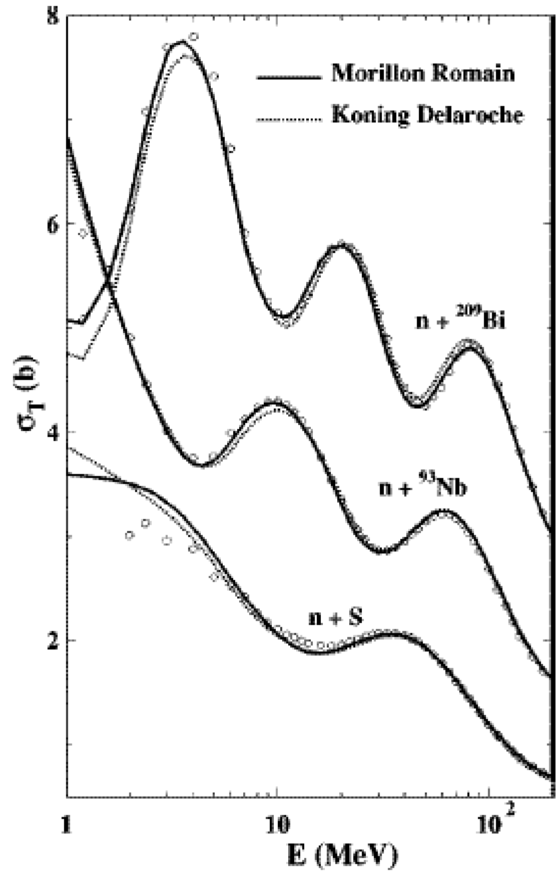
Mais causalité + théorème de Cauchy

$$\Delta V(E) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W(E')}{E' - E} dE'$$

$$V_V(E) \longrightarrow V_V(E) + \Delta V_V(E)$$

$$V_S(E) \longrightarrow \Delta V_S(E)$$

$$V_{S.O.}(E) \longrightarrow V_{S.O.}(E) + \Delta V_{S.O.}(E)$$



Morillon, et al, Phys. Rev. C **70**, 14601 (2004)

Semblable à Koning Delaroche

+ correction de non-localité

+ 14 (au lieu de 19) paramètres ajustés

+ extension aux énergies négatives

Anti-résumé : sujets non développés

- Le potentiel spin-orbite
- Le potentiel Coulombien
- Approche relativiste: equ. de Dirac
- Relations de dispersion (Bonus dans le cours écrit)

Remerciements

Pierre Chau, Jean-Paul Delaroche, Marc Dupuis, Sophie Peru, Jacques Raynal, Pascal Romain

et les étudiants du DEA NAAP de Bordeaux qui ont essuyé les plâtres de ce cours.